



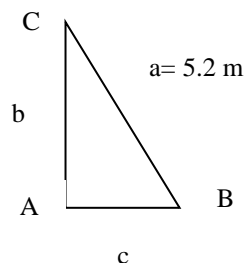
Área: MATEMÁTICAS	Diagnostico Trigonometría	Fecha: Enero de 2017
Conocimiento: Razones Trigonométricas y TP	Grado: UNDECIMO	
Docente: Santiago Vásquez A	Estudiante:	

**Objetivo:**

Repasar los conceptos básicos sobre razones trigonométricas, teorema de Pitágoras y sus aplicaciones en problemas aplicados.



- 1) Un poste vertical de 3 m proyecta una sombra de 2 m; ¿qué altura tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4,5 m?
- 2) Resuelve los siguientes apartados:
  - a) Si  $\cos \hat{A} = 1/2$ ; calcula  $\sin \hat{A}$  y  $\text{tg } \hat{A}$
  - b) Si  $\sin \hat{A} = 4/5$ ; calcula  $\cos \hat{A}$  y  $\text{tg } \hat{A}$
- 3) Averigua los ángulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$  sabiendo:
  - a)  $\text{tg } \hat{A} = 2'5$
  - b)  $\sin \hat{B} = 0'3$
  - c)  $\sin \hat{C} = 0'6$
- 4) Sabiendo que  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ , halla el resto de las razones trigonométricas. Indicación: utiliza la fórmula  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- 5) Sabiendo que  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ , halla el resto de las razones trigonométricas.
- 6) Sabiendo que  $\text{tg } \alpha = \frac{5}{4}$ , halla el resto de las razones trigonométricas
- 7) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos,  $B = 37^\circ$ , y su hipotenusa,  $a = 5.2$  m. Indicación: Como es un triángulo rectángulo el ángulo  $A = 90^\circ$ . El dibujo del triángulo será:





- 8) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos  $B = 29^\circ$ , y el cateto opuesto,  $b = 4.5$  m.
- 9) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: los dos catetos,  $b = 3.5$  m y  $c = 2.8$  m. Indicación: Debes partir de  $\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}$ .
- 10) Desde un punto A del suelo se observa una torre, PQ, y se la ve bajo un ángulo  $\alpha = 31^\circ$ . Se avanza 40 m. en dirección a la torre, se mira y se la ve, ahora, bajo un ángulo  $\beta = 58^\circ$ . Halla la altura h de la torre y la distancia de A al pie, Q, de la torre.
- 11) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen: uno de sus ángulos,  $B = 51^\circ$ , y el cateto contiguo,  $c = 7.3$  m.
- 12) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen: la hipotenusa,  $a = 4.6$  m, y un cateto,  $c = 3.1$  m.
- 13) Simplifica:  $\frac{1}{\cos x} - \cos x - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos x$
- 14) Simplifica:  $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\operatorname{sen} x}$
- 15) Simplifica:  $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^3 \alpha}$
- 16) Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de  $74^\circ$ . Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?
- 17) Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?
- 18) En un triángulo isósceles el lado correspondiente al ángulo desigual mide 7,4 m y uno de los ángulos iguales mide  $63^\circ$ . Halla la altura y el área.



<b>Área: MATEMÁTICAS</b>	<b>Diagnostico Trigonometría</b>	Fecha: Enero de 2017
Conocimiento: <b>Teorema del seno y del Coseno</b>	<b>Grado: UNDECIMO</b>	
Docente: Santiago Vásquez A	Estudiante:	

**Objetivo:**


A partir de una situación establecer la estrategia adecuada para su solución con base en la ley de los senos y ley del coseno.

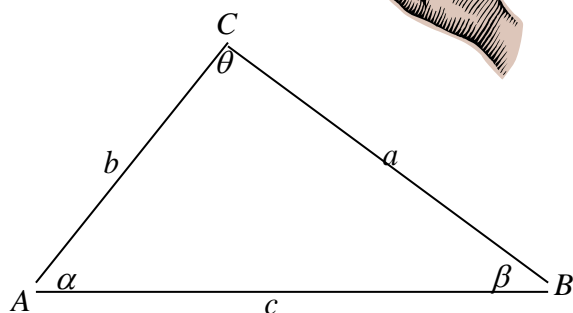
En trigonometría el teorema del seno es una relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo, y los senos de los ángulos respectivamente opuestos.

El teorema del seno, es en trigonometría uno de los enunciados más importantes, debido a las múltiples aplicaciones en el campo de la topografía, la ingeniería, la física. Se aplica en triángulos en los que se conoce la medida de dos de sus lados y el ángulo opuesto a uno de ellos. También se puede aplicar si se conocen la medida de dos de sus ángulos interiores y un lado opuesto a uno de ellos

**Teorema o Ley del Seno**

En todo triángulo ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los Senos de los ángulos opuestos a dichos lados.

$$\frac{a}{\text{Sen}\alpha} = \frac{b}{\text{Sen}\beta} = \frac{c}{\text{Sen}\theta}$$


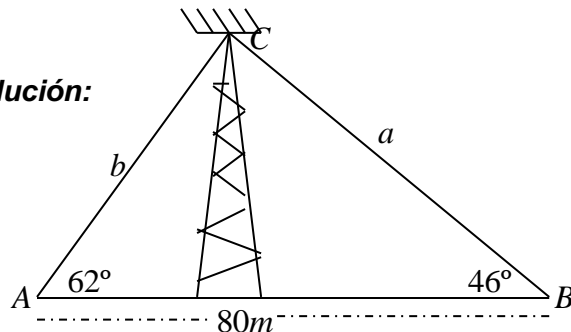


**Recomendaciones:**

Para la solución de este tipo de problemas, es recomendable proceder así:

1. Tratar de imaginarse el problema.
2. Realizar un grafico ilustrativo del problema para mejor su comprensión.
3. Ubicar en el gráfico los datos suministrados por el problema.
4. Aplicar la ecuación de la Ley del Seno.

**Problema** Una antena de radio está sujeta con cables de acero, como se muestra en la figura. Hallar la longitud de los cables.



**Solución:**

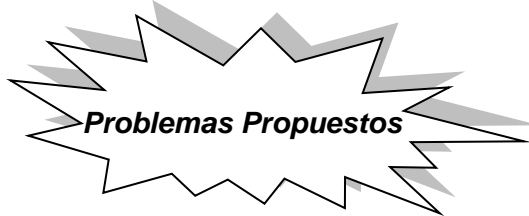
El ángulo en el vértice C, sería de  $72^\circ$ , de modo que podemos plantear la ley del Seno así:

$$\frac{a}{\text{Sen}62^\circ} = \frac{80m}{\text{Sen}72^\circ} \rightarrow a = \frac{80m \times \text{Sen}62^\circ}{\text{Sen}72^\circ} = 74,3m$$





$$\frac{b}{\text{Sen}46^\circ} = \frac{80m}{\text{Sen}72^\circ} \rightarrow b = \frac{80m \times \text{Sen}46^\circ}{\text{Sen}72^\circ} = 60,5m$$



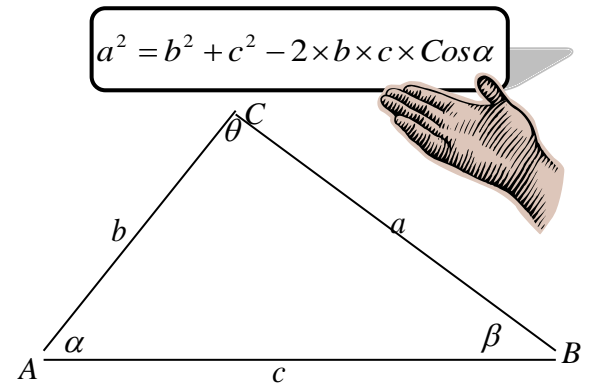
1. Un incendio es detectado por dos puestos de observación **A** y **B**, que están separados 30 km. Si el punto de observación **B** reporta el incendio en un ángulo **ABF** de **53°**, y el punto **A** lo reporta con un ángulo **BAF** de **30°**. ¿A qué distancia está el incendio del punto **A**?
2. Un avión vuela entre dos ciudades **A** y **B**, si en determinado instante se halla que el ángulo de elevación del avión desde la ciudad **A** es de **60°** y desde la ciudad **B** es de **48°**. Además la distancia entre ambas ciudades es de 120 Km. Realiza un esquema y calcula la distancia del avión hasta cada ciudad en ese preciso instante.
3. En las orillas opuesta de un río se sitúan dos puntos **A** y **B**. en la orilla donde está situado el punto **A**, se determina un segmento de recta **AC** = 275 m y se miden los ángulos **CAB** = 125° y ángulo **ACB** = 48°. Encontrar la longitud de **AB**.
4. Dos puntos **A** y **B** situados al mismo lado de una carretera distan 30 pies. Un punto **C** del otro lado de la carretera está situado de manera que el ángulo **CAB** mide 70° y el ángulo **ABC** mide 80°. ¿Cuál es el ancho de la carretera?
5. Un asta de bandera que está colocada sobre la parte superior de un edificio tiene 35 pies de altura. Desde un punto que está en el mismo plano horizontal que la base del edificio, los ángulos de elevación de la parte superior del asta y

de la parte inferior de la misma son respectivamente **61°** y **56°**. Hallar la altura del edificio.



### Teorema o Ley del Coseno

En todo triángulo **ABC**, el cuadrado de la longitud de uno de los lados, es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de estos, por el coseno del ángulo comprendido entre dicho lados.

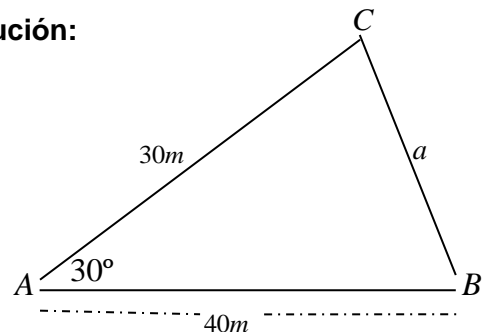


### Recomendaciones:

Para la solución de este tipo de problemas, es recomendable seguir las mismas instrucciones propuestos en el teorema o ley del Seno.

**Problema** En el triángulo siguiente, se dan las medidas de los lados y el ángulo de **30°**. Calcular el lado desconocido **a**

### Solución:



$$a^2 = (40m)^2 + (30m)^2 - 2 \times 40m \times 30m \times \text{Cos}30^\circ$$

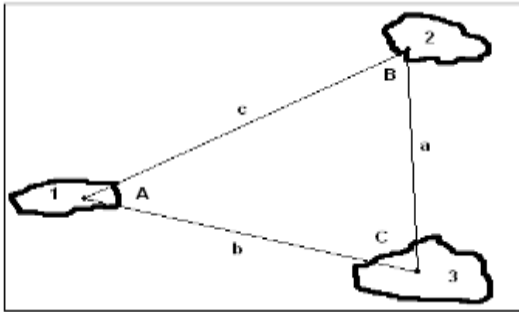


$$a^2 = 421,6m^2 \rightarrow a = \sqrt{421,6m^2}$$
$$\rightarrow a = 20,5m$$



1. Dos lados adyacentes de un paralelogramo se cortan en un ángulo de  $35^\circ$  y tienen longitudes de 3 y 8 pies. ¿Cuál es la longitud de la diagonal mas corta del paralelogramo?

### 2. ISLAS PARADISIÁICAS:



En el mar de Gera, hay tres islas. Si sabemos que la distancia entre las islas 1 y 2 es de 18 Km., la distancia entre las islas 1 y 3 es de 22 Km. y además se sabe que el ángulo que se forma desde la isla 1 al mirar hacia las demás islas es de  $75^\circ$ . Entonces:

- a. Calcular la distancia entre las islas 2 y 3.
- b. Hallar los ángulos B y C de la gráfica.

### 3. TRENES:

De la estación de tricentenario parten dos trenes, uno hacia el centro con una velocidad de 70 Km. /h y el otro hacia San Javier por la vía de reparaciones con una velocidad de 60 Km. /h. Si se sabe que el ángulo entre las vías es de  $35^\circ$  y que los trenes viajan en línea recta, entonces:

- a. Realiza un esquema de la situación
- b. ¿A qué distancia se encontrarán después de media hora de viaje?

### 4. Y DELE CON LOS TRENES:

Dos trenes parten simultáneamente de una estación en diferentes direcciones, uno de ellos viaja a 80 Km. /h y el otro viaja a 100 Km./h. Si se sabe que el ángulo comprendido entre las vías es de  $120^\circ$ . Responde:

- a. ¿Qué distancia habrá entre los trenes después de dos horas de viaje?
  - b. ¿Qué distancia habrá entre los trenes después de hora y media de viaje?
5. Un colegio tiene un parque de forma triangular cuyos lados son de 75m, 85m y 100m respectivamente. Hallar las medidas de los ángulos internos que dichos lados forman entre si.
  6. Un faro está situado a 18 km. y a  $45^\circ$  al norte del este de un muelle. Un barco sale del muelle a las 10:0 a.m. y navega hacia el oeste a razón de 24 Km. /h. ¿A qué hora se encontrará a 14 Km. del faro?
  7. Dos fuerzas de 50 Newtons y de 60 Newton son aplicadas a un cuerpo de masa M, produciéndole una fuerza resultante de 85 Newtons. Calcule el ángulo comprendido entre dichas fuerzas en el punto de aplicación.
  8. Una escalera de 5,20 metros de largo es colocada a 2 m de la base de un muro inclinado como muestra la figura, y, alcanza una altura de 4,6 m sobre dicho muro. Hállese la inclinación del muro.
  9. ¿Bajo qué ángulo se ve un objeto de 7 m de largo por un observador cuyo ojo está a 5 m de uno de Los extremos del objeto y a 8 m del otro extremo?
  10. Un aeroplano lleva una velocidad de 185 Km. /h en dirección sur; el viento que sopla a  $20^\circ$  en dirección al oeste del sur, lleva una velocidad de 40 Km. /h, lo desvía de su ruta y altera su velocidad ¿En qué dirección viajará el aeroplano y a qué velocidad?



Área: MATEMÁTICAS	Diagnostico Trigonometría	Fecha: Enero de 2017
Conocimiento: IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMETRICAS	Grado: UNDECIMO	
Docente: Santiago Vásquez A	Estudiante:	

Los siguientes ejercicios corresponden a la verificación de identidades, los mismos están propuestos tratando de respetar el grado de dificultad. El método de resolución se basa en todos los casos en la aplicación de las seis identidades fundamentales, a saber:

1) $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$	2) $\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha}$	3) $\text{cot} g \alpha = \frac{\text{cos} \alpha}{\text{sen} \alpha}$
4) $\text{sec} \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha}$	5) $\text{cosec} \alpha = \frac{1}{\text{sen} \alpha}$	6) $\text{cot} g \alpha = \frac{1}{\text{tg} \alpha}$

1.  $\text{cos} \alpha \cdot \text{tg} \alpha = \text{sen} \alpha$
2.  $\text{sen} \alpha \cdot \text{sec} \alpha = \text{tg} \alpha$
3.  $\text{sen} \alpha \cdot \text{cot} g \alpha = \text{cos} \alpha$
4.  $\text{sen} \alpha \cdot \text{tg} \alpha + \text{cos} \alpha = \text{sec} \alpha$
5.  $\text{cosec} \alpha - \text{sen} \alpha = \text{cot} g \alpha \cdot \text{cos} \alpha$
6.  $(\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)^2 + (\text{sen} \alpha - \text{cos} \alpha)^2 = 2$
7.  $(\text{sen} \alpha + \text{cosec} \alpha)^2 = \text{sen}^2 \alpha + \text{cot} g^2 \alpha + 3$
8.  $\frac{\text{sen} \alpha}{1 + \text{cos} \alpha} + \frac{1 + \text{cos} \alpha}{\text{sen} \alpha} = 2 \text{ cosec} \alpha$
9.  $\frac{\text{cosec} \alpha}{\text{cot} g \alpha + \text{tg} \alpha} = \text{cos} \alpha$



1. Determina los valores de x entre 0 y  $2\pi$  que satisfacen cada una de las ecuaciones siguientes:

- a)  $\text{sen} x = 0,5$
- b)  $\text{sen} x = 0$
- c)  $\text{sen} x = 2$
- d)  $\text{tg} x = -4\sqrt{2}$
- e)  $\text{cos} x = -0,5$



2. Resuelve las siguientes ecuaciones para  $0 < x < 2\pi$

- a)  $2\text{cos} x + 3 = 2$
- b)  $\text{sen}^3 x - 2 = -3\text{sen}^3 x$
- c)  $\text{sen} x(2 - \text{sen} x) = \text{cos} 2x$
- d)  $\text{sen}^2 x = \text{sen} x$
- e)  $\text{sen}^2 x = 0,5\text{sen}^2 x$
- f)  $\text{sen}^2 x = \text{cos}^2 x - \text{sen} x$