ELEMENTOS PARA LA ELABORACIÓN DE LAS GUIAS *FRCC-V2-SGC-7-2016*	GESTION ACADEMICA INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE GUADALUPE	COMITE DE CALIDAD Actuar Planear Verificar Hacer INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE GUADALUPE

Area. Matemàticas **Grados:** 10-00

Asignatura: Trigonometrìa

Docente: Isdaèn Alberto Correa Urrea/ Santiago Vásquez Artunduaga

Proyecto de aula o de investigación: Salud y Bienestar

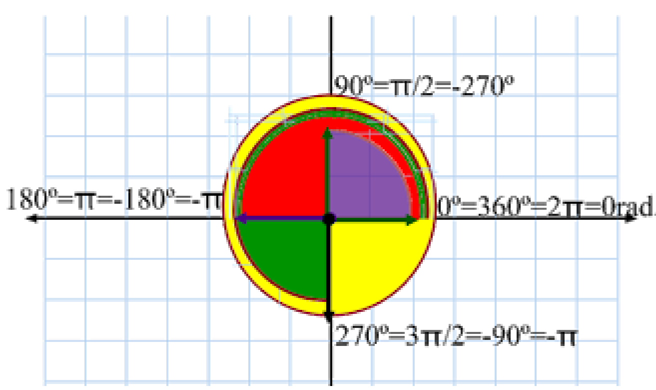
Contenidos, temas: Conceptos Fundamentales de la Trigonometrìa

Competencias a desarrollar: Resoluciòn (Resolver situaciones que involucre los conceptos fundamentales de la Trigonometrìa).

A. PRECONCEPTOS:

Este es un esquema de los conceptos básicos de trigonometría, efocados a repasar lo conocimientos de secundaria y empezar a ampliarlos en bachillerato.

DEFINICIÓN DE TRIGONOMETRÍA



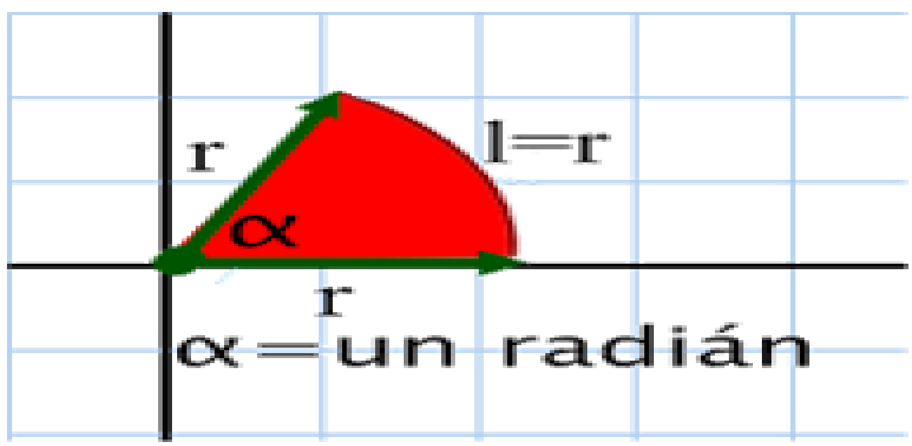
Concepto de cuadrante y giro positivo.

- La trigonometría (del griego, la medición de los triángulos) es una rama de las matemáticas que estudia los ángulos y los lados de un triángulo cualquiera y las relaciones entre ellos.

Está compuesta por: Prefijo Tri- cuyo significado es tres Lexema –gono- cuyo significado es ángulo y Sufijo –metría cuyo significado es medida.

DEFINICIÓN DE ÁNGULO.

- Es la porción de plano limitada por dos semirrectas que se unen en un punto.
- Los ángulos se pueden representar centrados en los ejes de coordenadas.
- El sentido positivo es contrario a las agujas del reloj.



Concepto radián.

MEDIDA DE UN ÁNGULO.

- La unidad de medida de los ángulos se llama grado, y resulta de dividir un ángulo recto en 90 partes iguales, por lo tanto, un ángulo recto mide 90º.
- El sistema de medición de los ángulos se llama **sexagesimal** y está formado por: un grado = 60 minutos, un minuto = 60 segundos.

En la trigonometría, se emplean tres unidades, si bien la más utilizada en la vida cotidiana es el Grado Sexagesimal, en matemáticas es el **Radián** *la más utilizada.*

- *RADIAN se define como la unidad natural para medir ángulos, el Grado Centesimal se desarrolló como la unidad más próxima al sistema decimal, pero su uso prácticamente es inexistente.*
- **Grado Sexagesimal**: ángulo recto 90º (Deg en la calculadora Grado Centesimal: centésima parte de un ángulo recto. 100º.

RADIAN. *Es el ángulo plano que, teniendo su vértice en el centro de un círculo, de manera que el arco situado sobre la circunferencia de ese círculo, tiene la longitud igual al radio. Su símbolo es rad.*

B. FUNDAMENTACION-LECTURA

Las Matematicas impregna todo el quehacer de la actividad humana, en Ciencias Medicas es fundamental asi como las asociaciones de fisica, quimica y otras. No obstante las Matematicas en su interaccion ha impulsado a la Medicina y a la vez esta se vale de ella cada vez mas con mayor precision cada vez debido a que la salud de un organismo humano se representa cuantificablemente y todo desequilibrio conlleva a patologias antes las cuales los medicos plantean con la Medicina las mejores vias para restablecer el equilibrio de la salud de pacientes y una de las mejores vias nos la proporciona las Matematicas.

La matematica en el campo de la medicina es fundamental a saber: en transfusiones saguineas, en mediciones en pediatria como IMC, o lo que debe ir aumentando un infante al crecer y saber si su crecimiento y desarrollo es normal, en , en neumologia, en gastroenterologia, hematologia, en hepatologia, en cada parte de ella.

C. ACTIVIDAD INDIVIDUAL – PRACTIQUEMOS

Los ángulos se pueden medir en grados sexagesimales y radianes. Un ángulo de 1 radián es aquel cuyo arco tiene longitud igual al radio.

- $360^{\circ} = 2\pi$ radianes (una vuelta completa)
- Un ángulo recto mide $\frac{\pi}{2}$ radianes (un cuarto de vuelta)
- $180^{\circ} = \pi$ radianes (media vuelta)
- Como $180^{\circ} = \pi$ rad, resulta que $1^{\circ} = \frac{\pi}{180}$ rad
- Un ángulo de 1 radian tiene $\frac{180}{\pi}$ = 57,29578 grados = 57º 17' 45"

Para transformar de una unidad a otra, usamos la regla de tres:

$\frac{180^{\circ}}{x^{\circ}} = \frac{\pi\, rad}{y}$ →→→→ ejemplo: 40º a rad $\frac{180^{\circ}}{40^{\circ}} = \frac{\pi\, rad}{y}$ → $y = \frac{40^{\circ}\pi\, rad}{180^{\circ}} = \frac{4\pi\, rad}{18} = \frac{2\pi\, rad}{9}$

Ejercicios:

Transformar el ángulo de grados a rad:

1) 15º 2) 35º 3) 80º 4) 150º 5) 200º

6) 90º 7) 60º 8) 45º 9) 30º

Transformar el ángulo de rad a grados:

1) $\frac{\pi}{5} rad$ 2) $\frac{\pi}{10} rad$ 3) $3\pi \ rad$ 4) $\frac{17\pi}{4} rad$

Aplicaciones de la medida en radianes

De la definición de la medida en radianes se deduce que la longitud de un arco circular de radio r y ángulo igual a α radianes es:

S = r · α , S: arco circunferencia, r: radio y α : ángulo en rad

Ya que conocemos el perímetro de una circunferencia de radio unitario ($2\pi r = 2\pi$), entonces el ángulo de una circunferencia completa, medido en radianes es 2π .

Ejemplo aplicación

1 Una correa conecta dos poleas de radios $r = 10$ cm y $R = 25$ cm. Si la grande da un giro completo, ¿qué ángulo expresado en grados habrá girado la pequeña?

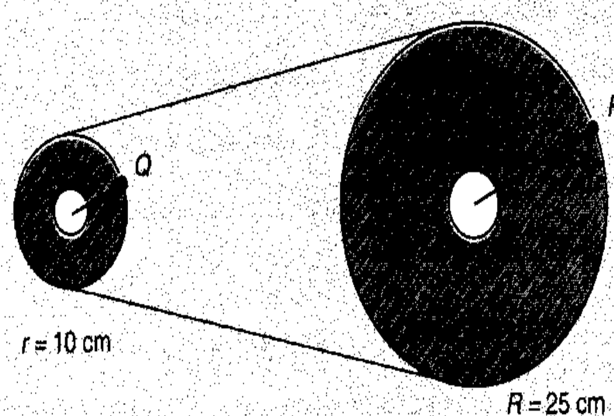


Figura 1.11.

Solución:

El punto P recorre la misma distancia que el punto Q (evidente si piensas en el movimiento de la correa). La longitud del arco recorrido por P en una vuelta es:

$$s_P = R \cdot \alpha_P = 25 \cdot 2\pi = 50\pi = 157{,}08 \text{ cm}$$

Por tanto, el ángulo girado por Q es:

$$\alpha_Q = \frac{s_Q}{r} = \frac{s_P}{r} = \frac{157{,}08}{10} = 15{,}708 \text{ radianes}$$

O sea,

$$15{,}708 \cdot \frac{180}{\pi} = 900°.$$

2 Un aspersor funciona con un mecanismo que le produce un movimiento de giro, de ida y vuelta, de 60°. Si el chorro de agua alcanza 16 m, halla el área *A* de la superficie de césped regada.

Solución:

Riega un sector de ángulo $\alpha = 60° = \frac{\pi}{3}$ radianes y radio 16 m, así que:

$$A = \frac{1}{2}(16)^2 \frac{\pi}{3} = 134 \text{ m}^2$$

3 En un *sprint* los ciclistas alcanzan una velocidad de 20 m/s (72 km/h). ¿Cuál es la velocidad angular de las ruedas, es decir, cuántos grados gira por segundo? (Radio de las ruedas = 35 cm).

Solución:

Como cada giro de la rueda hace avanzar $2\pi r = 0{,}70\pi = 2{,}20$ m, en un segundo da $\frac{20}{2{,}20} = 9{,}095$ vueltas, o sea 9,095 veces 360°, unos 3.274°. (Más de 30° en una centésima de segundo, ¡impresionante!).

Ahora tu

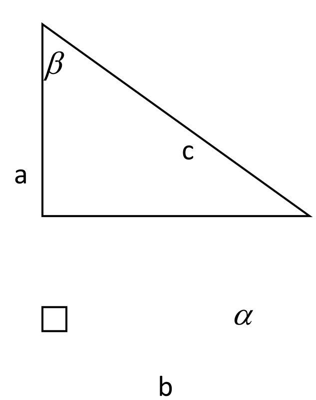
¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las cuatro y media en punto? Y a las 10:20 hrs.?

Halla el radio r de una rueda que gira 300 vueltas por minuto impulsada por una correa que se mueve a 45 m/s.

La rueda de un vehículo tiene un diámetro de 90 cm. ¿Cuántas vueltas da aproximadamente por minuto cuando viaja a 120 km/h?

Funciones trigonométricas

Utilizaremos un triángulo rectángulo para definir las funciones trigonométricas: seno (sen), coseno (cos), tangente (tan), cotangente (cot), secante (sec) y cosecante (cosec).



En un triángulo rectángulo, estas funciones se definen como sigue:

sen α = $\frac{cateto\ \ opuesto}{hipotenusa}$ tan α = $\frac{cateto\ \ opuesto}{cateto\ \ adyacente}$ sec α = $\frac{hipotenusa}{cateto\ \ adyacente}$

cos α = $\frac{cateto\ \ adyacente}{hipotenusa}$ cot α = $\frac{cateto\ \ adyacente}{cateto\ \ opuesto}$ cosec α = $\frac{hipotenusa}{cateto\ \ opuesto}$

Aquí podemos darnos cuenta que basta con conocer las funciones sen α y cos α para poder calcular las otras funciones, veamos por qué:

tan α = $\frac{sen\ \alpha}{\cos\ \alpha}$ cot α = $\frac{\cos\ \alpha}{sen\ \alpha}$ sec α = $\frac{1}{\cos\ \alpha}$ cosec α = $\frac{1}{sen\ \alpha}$

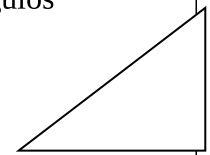
Aplica los contenidos de matemática común y calcula los valores de los ángulos de 30º, 45º y 60º

Demostrar que: $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, usa los valores de los ángulos anteriores y después demuéstralo para cualquier valor del ángulo.

Ejemplo:

1) Un ángulo agudo α tiene $sen\alpha = \frac{3}{5}$. Halla las restantes razones trigonométricas de este ángulo.

1º método: Usando triángulos



Por teorema de Pitágoras buscamos el otro cateto del triángulo, es que es 4

Ahora aplicamos las definiciones de las funciones trigonometricas y encontramos:

$$sen\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{c.ad.}{hip} = \frac{4}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{c.op.}{c.ad.} = \frac{3}{4}$$

$$\cot\alpha = \frac{c.ad.}{c.op.} = \frac{4}{3}$$

$$\sec\alpha = \frac{hip}{c.ad.} = \frac{5}{4}$$

$$\cos ec\alpha = \frac{hip}{c.op} = \frac{5}{3}$$

2º método: Usando las identidades básicas

Por la identidad $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ tenemos que:

$$\cos^2\alpha = 1 - sen^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \rightarrow$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{4}{5}$$

Luego, usando estos dos valores, del seno y coseno, calculamos todas las demás funciones:

$$\tan\alpha = \frac{sen\alpha.}{\cos\alpha.} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

así sucesivamente……

Ejercicios:

Si $\cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, encuentra las otras funciones. Entrega los valores simplificados y racionalizados.

Si $\cos\beta = 0{,}2$, encuentra las otras funciones.

Si $\tan\alpha = \frac{5}{9}$, encuentra las otras funciones.

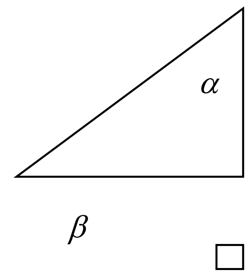
Angulos complementarios:

En el triángulo rectángulo siguiente:

$$sen\beta = sen(90^{o} - \alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos\beta = \cos(90^{o} - \alpha) = sen\alpha$$

$$\tan\beta = \tan(90^{o} - \alpha) = \cot\alpha$$



$\beta = 90^{o} - \alpha$

En estas relaciones, se cumplen con dos ángulos que son complementarios, que suman 90º, y se dicen que estas funciones son **cofunciones** una de la otra.

Ejemplos de uso de las cofunciones:

1) Calcular sen 30º.

Sen 30º = sen (90º - 30º) =cos 60º = ½

2) Expresar los siguientes valores de funciones trigonometricas como el valor de la función de un ángulo positivo menor que 45º.

a) sen 72º → sen 72º = sen (90º - 72º) = cos 18º

b) cos 46º → cos 46º = cos (90º - 46º) = sen 44º

Ejercicios:

Expresar el valor de la función trigonométrica en términos de un ángulo no mayor que 45º:

a) sen 60º b) cos 84º c) tan 49,8º d) sen 79,6º

Resolver los triángulos rectángulos para los datos dados. Usa calculadora.

a) α = 24º y c =16.

b) a = 32.46 y b = 25,78

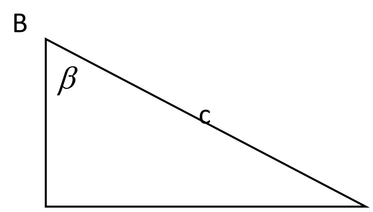
c) α = 24º y a =16

d) β = 71º , c = 44

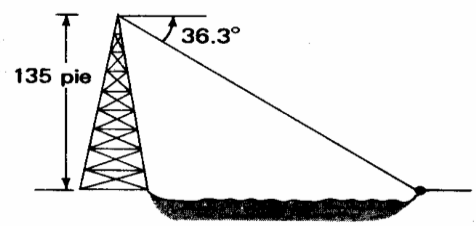
e) a = 312,7 ; c = 809

f) b = 4.218 ; c = 6.759

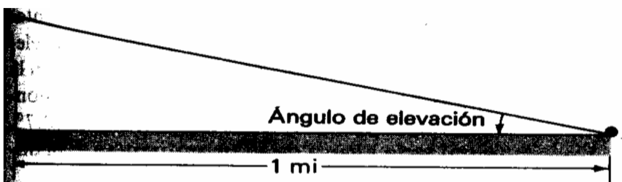
g) β = 81º12’ ; a = 43,6



3 Una torre de 135 pie de altura está situada en la orilla de un lago. Desde la punta de la torre, el ángulo de depresión de un objeto en la orilla opuesta del lago es 36.3°. ¿Cuál es la anchura del lago?

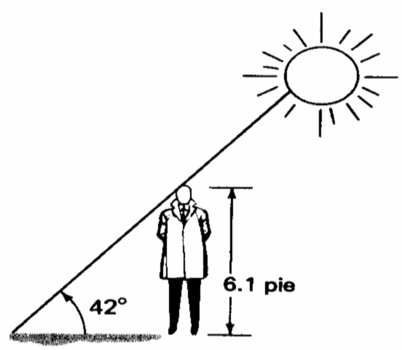


1. El edificio Empire State (en Nueva York) tiene 1250 pie de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación de su último piso desde un punto de la calle que está a 1 mi (5280 pie) desde la base
5 del edificio?

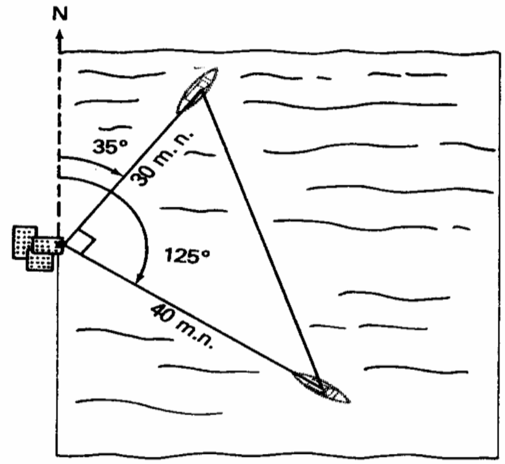


42. Si el ángulo de elevación del Sol es 42°, ¿cuál es la longitud de la sombra proyectada sobre el suelo de una persona que mide 6.1 pie de altura?

6

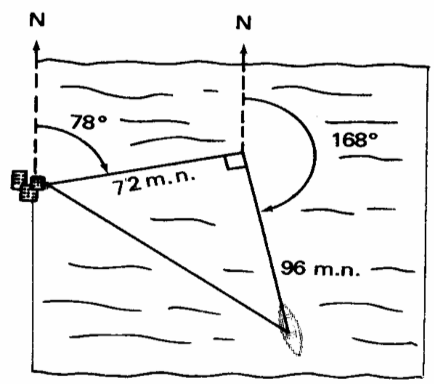


4 Dos embarcaciones salen de puerto al mismo tiempo. La primera navega con un curso de 35° a 15 nudos, mientras que la segunda lo hace con un curso de 125° a 20 nudos. Obtenga, después de 2 h, (a) la distancia entre las naves; (b) la orientación de la primera embarcación respecto a la segunda; y (c) la orientación de la segunda respecto a la primera.



44. Un barco sale de puerto y durante 4 horas sigue un curso de 78° a 18 nudos. Después, la nave cambia al curso de 168° y lo sigue durante 6 h a 16 nudos. Después de 10 h, (a) ¿cuál es la distancia del barco al puerto?, y (b) ¿cuál es la orientación del puerto con respecto a la nave?

7



8. Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50m., se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de 60º con nuestra orilla?

9. Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8m. del suelo y observa el edificio de enfrente. La parte superior con un ángulo de 30 grados y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45 grados. Determine la altura del edificio señalado.

D. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÒN

1. Puesta en pràctica del Preparatorio Evaluativo.

E. BIBLIOGRAFÌA

Curso de Trigonometrìa

https://www.youtube.com/watch?v=1dl5CaEVTd4&list=PLyaHe04FbGh6he13TxSXJwURzzRBg5HDU