ELEMENTOS PARA LA ELABORACIÓN DE LAS GUIAS *FRCC-V2-SGC-7-2016*	GESTION ACADEMICA INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE GUADALUPE	

Área. Matemáticas **Grados:** 11-00

Asignatura: Cálculo

Docente: Santiago Vásquez Artunduaga

Proyecto de aula o de investigación: Salud y Bienestar

Contenidos, temas: Conceptos Fundamentales de los números Reales

Competencias por desarrollar: Resolución (Resolver situaciones que involucre los conceptos fundamentales de la matemática hasta trigonometría).

A. PRECONCEPTOS

Recta numérica
Números racionales e irracionales
Operaciones básicas aritméticas
Recta numérica y números raciones e irracionales
Intervalos
Teoría de conjuntos
Operaciones entre conjuntos
Principio de conteo
Nociones de probabilidad

B. FUNDAMENTACION-LECTURA

Los números reales son aquellos que poseen una expresión decimal. En matemáticas los números reales influyen tanto números racionales como a los números irracionales, aquellos que no se pueden expresar en manera fraccionaria tiene infinitas cifras decimales. Durante los siglos XVI y XVII el cálculo avanzo mucho, aunque carecía de una base rigurosa, ya que en el momento no se consideraba necesario el formalismo de la actualidad, usando como expresiones como pequeño, límite, etc. Si una definición precisa, esto llevo unas series de problemas lógica que hicieron evidente la necesidad crear una base rigurosa de la nueva matemática. Los números reales Los números reales son los números que se puede escribir con decimal, incluyendo aquellos que necesitan una expansión decimal infinita. El conjunto de los números reales contiene todos los números enteros, positivos y negativos; todas las fracciones; y todos los números irracionales, aquellos cuyos desarrollos nunca se repiten.

Clasificación:

Propiedades:

1) Propiedad Conmutativa: a+b = b+a Sean a,b pertenecientes a los reales.

2) Propiedad Asociativa: (a+b)+c=a+ (b+c) Sean a,b,c pertenecientes a los reales.

3) Existencia de elemento inverso (inverso aditivo): a+(-a)=0

4) Existencia de elemento neutro: a+0 =a

5) Propiedad Conmutativa del producto: a.b=b.a

6) Propiedad Asociativa del producto: (a.b).c= a.(b.c)

7) Existencia de elemento inverso: a.1/a = 1

8) Existencia de elemento neutro (del producto) : a.1 = a

9) Propiedad Distributiva: (a+b).c = ac+bc (a.b)+c=(a+c).(b+c)

10) Tricotomía: a>b , a<b o a=b

11) Monotonía de la suma

12 Monotonía del producto.

13) Propiedad Transitiva a>b>c entonces a>c

14) Propiedad Uniforme.

Para tener éxito en algebra, debe entender como sumar, restar, multiplicar y dividir números Reales. Dos números, en la recta numérica, que están a la misma distancia del cero, pero en direcciones opuestas se denominan: Inversos aditivos, opuestos o simétricos uno del otro. Por ejemplo. 3 es el inverso aditivo de -3, y -3 es el inverso aditivo de 3 El número 0 (cero) es su propio inverso aditivo. La suma de un número y su inverso aditivo es 0 (cero). Inverso aditivo Para cualquier número real de a, su inverso aditivo es –

a. Considere el número -4. Su inverso aditivo es -(-4). Como sabemos que este número debe ser positivo, esto implica que -(-4) = 4.

La noción de probabilidad mide la frecuencia y posibilidad con la que puede suceder un resultado ya sea en un experimento aleatorio, del que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones suficientemente estables; O en tu vida diaria donde tienes que tomar distintas decisiones donde puedes suponer los resultados y haya la probabilidad de que algo en especifico suceda. La teoría de la probabilidad se usa extensamente en materias como la estadística, la física, la matemática, las ciencias y la filosofía para sacar conclusiones sobre la probabilidad discreta de sucesos potenciales y la mecánica subyacente de sistemas complejos.

Si un suceso puede ocurrir de N maneras mutuamente excluyentes e igualmente probables, y m de ellas poseen una característica A Ejemplos P(de que salgan dos caras al tirar dos monedas) P(de que salga una cara al tirar dos monedas) Una de las características de un experimento aleatorio es que no se sabe qué resultado particular se obtendrá al realizarlo. Es decir, si A es un suceso asociado con un experimento aleatorio, no podemos indicar con certeza si A ocurrirá o no en una prueba en particular. Por lo tanto, puede ser importante tratar de asociar un número al suceso A que mida la probabilidad de que el suceso ocurra. Este número es el que llamaremos P(A).

El **diagrama de árbol** es una representación gráfica de los posibles resultados del experimento, el cual consta de una serie de pasos, donde cada uno de estos tiene un número infinito de maneras de ser llevado a cabo. Se utiliza en los problemas de conteo y **probabilidad**.

C. D. ACTIVIDAD INDIVIDUAL/GRUPAL – PRACTIQUEMOS TALLER/LABORATORIO1. Generalidades y operaciones entre conjuntos

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Observa el diagrama de Venn de la Figura 1.4.

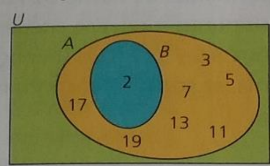


Figura 1.4

a. Escribe los elementos del conjunto A. ¿Qué tipo de números pertenecen a tal conjunto?

b. ¿Qué clase de conjunto es B?

c. ¿Existe $A \cap B$? Si es así, indica cuáles son sus elementos; si no existe, explica las razones.

d. Halla $A \cup B$ y $B \cup A$, y escribe una conclusión.

e. Halla $A \cap B$ y $B \cap A$, y escribe una conclusión.

f. Halla $A - B$ y $B - A$, y escribe una conclusión.

g. ¿Cuál es el complemento de U?

h. ¿Cómo son $A \triangle B$ y $B \triangle A$? Explica.

Comunicación

2 Construye y representa un diagrama de Venn con tres conjuntos A, B y C. Luego, verifica que se satisfagan cada una de las siguientes propiedades.

a. $A - B = A \cap B^c$

b. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

c. $A \cup \varnothing = A$

d. $A \cap U = A$

e. $A \cup U = U$

f. $A \cap \varnothing = \varnothing$

g. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

h. $A \cup A^c = U$

Resolución de problemas

3 De 40 estudiantes de undécimo grado, 14 toman clases de piano y 29 clases de violín.

a. Si cinco estudiantes toman ambas clases, ¿cuántos estudiantes no asisten a ninguna de las dos?

b. ¿Cuántos estudiantes toman clase de piano o de violín?

c. ¿Cuántos estudiantes toman únicamente clase de violín?

4 Encuentra el número de elementos de la unión de los dos conjuntos finitos A y B, teniendo en cuenta que $A - B$ tiene 20 elementos, $B - A$ tiene 28 y la intersección de estos conjuntos tiene 36.

5 En un grupo de 60 personas, 27 toman bebidas frías y 42 toman bebidas calientes, y a cada persona le gusta al menos alguno de esos tipos de bebida. ¿A cuántos les gustan ambos tipos de bebida?

6 En un grupo de 100 personas, 72 hablan inglés y 43 hablan francés.

a. Representa los datos en un diagrama de Venn.

b. ¿Cuántos hablan inglés solamente?

c. ¿Cuántos hablan solamente francés?

d. ¿Cuántos hablan ambos idiomas?

Evaluación del aprendizaje

Cada uno de los 40 estudiantes de un curso practica al menos uno de estos deportes: fútbol, baloncesto o voleibol. Se sabe que 18 juegan fútbol, 20 practican baloncesto, 27 juegan voleibol, 7 prefieren fútbol y baloncesto, 12 juegan baloncesto y voleibol y 4, los tres deportes.

a. Dibuja un diagrama de Venn para interpretar el enunciado. Llama F al conjunto de los estudiantes que juegan fútbol, V al de quienes juegan voleibol y B a quienes practican baloncesto.

b. De acuerdo con el diagrama, ¿cuántos estudiantes practican fútbol y voleibol?, ¿cuántos juegan fútbol y voleibol pero no baloncesto?

Estilos de vida saludable

Dependiendo de su origen, los alimentos pueden ser de origen animal o de origen vegetal. El agua y la sal son alimentos de origen mineral. Basándose en la función nutritiva principal que desempeñan en el organismo se diferencian en energéticos, constructores y protectores.

- ¿Por qué crees que es importante para la salud combinar distintos tipos de alimentos?

TALLER/LABORATORIO 2. Números y la recta Reales

Actividades de aprendizaje

Comunicación

1 Identifica en la Figura 1.9 cada conjunto numérico así: $\mathbb{R}$, el de los números reales; $\mathbb{Q}$, el de los racionales; $\mathbb{Z}$, el de los enteros; $\mathbb{N}$, el de los naturales, e $\mathbb{I}$, el de los irracionales.

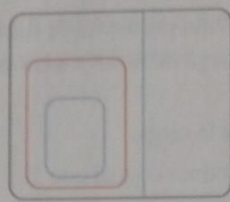


Figura 1.9

Escribe tres números que pertenezcan a cada conjunto.

2 Completa el esquema de la Figura 1.10 con dos ejemplos de números que pertenezcan a cada conjunto numérico.

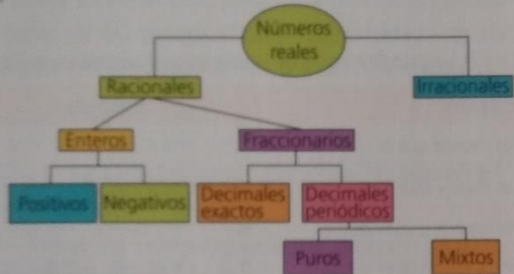


Figura 1.10

3 Determina el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles para cada una de las siguientes medidas de los catetos y clasifica el valor que halles como racional o irracional.

a. 1 cm
b. 2 cm
c. 3 cm
d. $\sqrt{2}$

Razonamiento

4 Escribe dos números racionales y dos irracionales que estén entre cada par de números dados.

a. 7 y 8
b. $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$
c. 1,5 y 1,8
d. $-0,1$ y $0,1$
e. $\sqrt{3}$ y 2,45
f. -1 y $-0,5$

Modelación

5 Analiza la veracidad de cada una de las siguientes afirmaciones.

a. La suma o la diferencia de dos números reales siempre es un número real.

b. El producto de dos números racionales es siempre un número racional.

c. El cociente de dos números racionales siempre es un número racional.

6 El valor del número pi (π) se obtiene cuando se divide la longitud de una circunferencia entre su diámetro. Elige varios objetos redondos, como latas de conserva, monedas, platos, pocillos, etc., y toma la medida del contorno y del diámetro. En cada caso, determina el cociente de la primera medida entre la segunda y escribe una conclusión.

Comunicación

7 Al número π que tiene infinitos decimales, se le han dedicado millones y millones de horas de estudio. Aunque se han llegado a descubrir unos 2,7 billones de decimales de π, ni la computadora más poderosa ha sido capaz de calcularlo sin márgenes de error.

De acuerdo con la lectura, ¿qué tipo de número es π?

Resolución de problemas

8 Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto cada hora. ¿Cuánto adelantará en 5 horas, en medio día y en una semana?

9 Para construir un metro de una obra, un albañil emplea 6 horas. ¿Cuánto empleará para hacer $14\frac{2}{3}$ metros? ¿Cuánto para $18\frac{11}{33}$ metros?

10 Se quiere cercar un campo rectangular. Se sabe que uno de sus lados mide tres quintas partes de la medida del otro y la diagonal mide 30 m. Calcula el precio que se deberá pagar por hacer la cerca si cada metro cuesta $ 75 000 y se desperdicia un 10% del material empleado.

Evaluación del aprendizaje

i Halla y representa sobre la recta real tres números A, B y C, tales que:

B sea un número irracional negativo que se encuentra entre dos números racionales A y C.

ii Construye un cuadrado cuya diagonal satisfaga la condición en cada caso:

a. su longitud sea un número irracional mayor que 5.

b. su diagonal sea un número racional menor que 10.

TALLER/LABORATORIO 3: Desigualdades

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Toma dos números reales a y b distintos de 0, ambos positivos o negativos a la vez y verifica que:

a. si $a < b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

b. si $a > b$, entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Ahora toma dos números de distinto signo y verifica que:

c. si $a < b$, entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

d. si $a > b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

2 Escribe dos ejemplos para cada una de las propiedades de las desigualdades: transitividad, adición, sustracción, multiplicación, división y opuesto.

Razonamiento

3 Usa desigualdades para representar las siguientes expresiones.

a. Todos los números reales mayores o iguales que el opuesto de 10.

b. Todos los números reales menores que 5.

c. Todos los números reales mayores o iguales que -1 y menores que 15.

4 Determina entre qué par de números está cada expresión si x es un número mayor que 5 pero menor que 10.

a. $3x + 5$ b. $-2x + 2$ c. $5x + 3$

Resolución de problemas

5 Escribe una desigualdad para interpretar esta pregunta: ¿Qué número tiene que multiplicarse por 17 y al producto sumarle 34 para obtener como mínimo 68? ¿Existe una única solución para este problema? Si la respuesta es afirmativa, indica cuál es; si la respuesta es no, explica la razón.

6 Mike Powell tiene el récord mundial de salto largo con 8,95 m, el cual logró en el Mundial de Atletismo de Tokio, en 1991. El anterior récord mundial lo tenía Bob Beamon, con 8,9 m. ¿Cuáles distancias puede lograr un atleta que no supere el actual récord mundial y sea mayor o igual que el anterior?

7 Durante cierto período, la temperatura en grados Celsius (C) de una ciudad varió entre 25° y 30°. ¿En grados Fahrenheit entre qué valores varió la temperatura? Ten en cuenta que la temperatura en grados Celsius y en grados Fahrenheit se relaciona mediante la expresión $F = 1{,}8C + 32$.

8 Para determinar el coeficiente intelectual de una persona se usa la fórmula: $I = 100\frac{M}{C}$ donde I es el coeficiente intelectual, M es la edad mental (determinada mediante un test) y C es la edad cronológica. Encuentra una desigualdad que muestre entre qué valores está la edad mental de un grupo de niños de 11 años, teniendo en cuenta que la variación de I está dada por $80 < I < 140$.

Evaluación del aprendizaje

Califica cada afirmación como verdadera o falsa. En cada caso a y b son números reales.

a. Si $a < b$ entonces $a - b < 0$.

b. Si $a < 0$ entonces a es negativo.

c. La desigualdad $a < b$ indica que a puede ser b o cualquier número menor que b.

d. Si a es un número real negativo y b es un real positivo, $a < b$.

e. Para todo número real no negativo $a - a < 0$.

f. Si $a < b$ entonces $a^2 < b^2$.

g. Si $a < 0$ entonces $a^2 < 0$.

h. Si $a = 0$, $a^2 = 0$.

Educación ambiental

La bacteria A. *ferrooxidans* crece en lugares con pH entre 1,5 y 2,5, y se alimenta de metales tóxicos, por lo que es importante en el proceso de limpieza de aguas contaminadas.

- Escribe la desigualdad que indica el pH en el que vive la bacteria.

TALLER/LABORATORIO 4: Intervalos y entornos

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1. Escribe cada una de las siguientes desigualdades en su notación de intervalo.

a. $4 \leq x < 9$ b. $4 \geq x > -3$ c. $x < 6$

d. $x > -9$ e. $x < 0$ f. $x > 6$

2. Determina cada representación de la Figura 1.18 como conjunto y escribe su notación como intervalo.

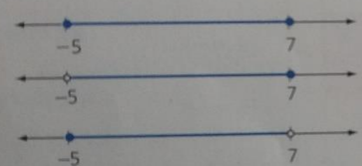


Figura 1.18

3. Representa cada conjunto en la recta real.

a. $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ b. $(-\infty, 3] \cap [1, +\infty)$

4. Escribe con notación de intervalos la representación de la Figura 1.19.

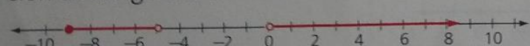


Figura 1.19

5. Determina la unión, la intersección y la diferencia simétrica para cada una de las parejas de intervalos.

a. $A = [2, 5]$ y $B = [-1, 3)$

b. $A = (2, 5)$ y $B = (-1, 3)$

c. $A = [2, 5)$ y $B = [-1, 3]$

d. $A = (2, 5]$ y $B = (-1, 3]$

Comunicación

6. El intervalo $\left(-\frac{5}{2}, 3\right]$ representado en la Figura 1.20 corresponde al resultado de alguna de las operaciones que se presentan abajo. Decide cuál y explica tu elección.

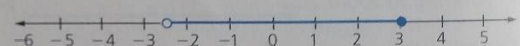


Figura 1.20

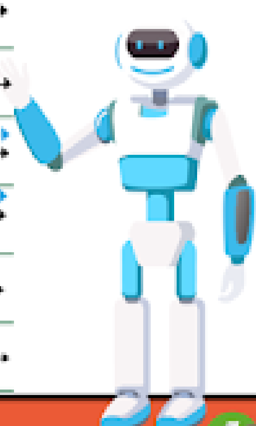
a. La intersección de $(-\infty, 3]$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

b. La unión de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

c. La intersección de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

Tipo de Intervalo	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Cerrado	[a , b]	{ x∈ℝ / a ≤ x ≤ b }	a b
Abierto	] a , b [	{ x∈ℝ / a < x < b }	a b
Semiabierto	[a , b [	{ x∈ℝ / a ≤ x < b }	a b
Semiabierto	] a , b]	{ x∈ℝ / a < x ≤ b }	a b
No Acotados o Infinitos	[a ,+∞[	{ x∈ℝ / x ≥ a }	a
No Acotados o Infinitos	] a ,+∞[	{ x∈ℝ / x > a }	a
No Acotados o Infinitos	]-∞, b]	{ x∈ℝ / x ≤ b }	b
No Acotados o Infinitos	]-∞, b [	{ x∈ℝ / x < b }	b

Tipos de Intervalos para números reales a,b .



Realiza todas las actividades en tu cuaderno

7 Representa en la recta real de la Figura 1.21 la intersección de los intervalos $[1, 5]$ y $(2, 6)$. Escribe el intervalo que obtuviste e interprétalo mediante una desigualdad.

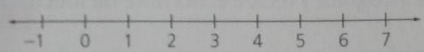


Figura 1.21

8 Escribe cinco números que se encuentren en cada una de las siguientes intersecciones.

a. $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$
b. $(\sqrt{2}, +\infty) \cap \mathbb{I}$
c. $(0, 1) \cap \mathbb{Z}$
d. $(\sqrt{2}, +\infty) \cap \mathbb{N}$

Razonamiento

9 Califica como verdadera o falsa cada afirmación.

a. Los intervalos $[a, b]$ y (a, b) son iguales.
b. El conjunto de los números reales se puede representar como un intervalo abierto.
c. $[a, b] \cap (a, b) = (a, b)$
d. $[a, b] - (a, b) = \varnothing$

10 Analiza qué se obtiene en cada una de las siguientes intersecciones:

a. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Z}$
b. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Q}$
c. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{I}$
d. $(-\infty, +\infty) \cap \varnothing$

11 Escribe dos intervalos que cumplan la condición que se enuncia en cada caso.

a. Su intersección es vacía.
b. Su intersección es un único punto.
c. Su unión es el conjunto de todos los números reales.
d. Su diferencia simétrica es vacía.
e. Su complemento es $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.
f. Su intersección es uno de los dos intervalos.

12 Halla dos entornos que cumplan las condiciones que se mencionan en cada caso:

a. Abiertos y cuya intersección sea vacía.
b. Cerrados y cuya unión sea el entorno $[0, 3]$.
c. Reducidos con el mismo centro, pero uno con un radio que sea el doble que el del otro.

13 Observa la Figura 1.22.

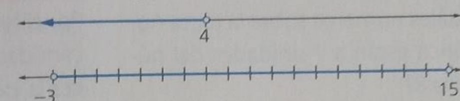


Figura 1.22

a. Escribe en notación de intervalo cada representación.
b. Escribe una operación entre los intervalos de la figura de modo que el resultado sea $(-3, 4)$.
c. Determina la intersección de los complementos de los intervalos representados.

Resolución de problemas

14 El intervalo *QT* es la medida del tiempo entre el comienzo de una onda y el final de otra en un electrocardiograma (ECG). El valor normal del intervalo *QT* está entre 0,30 y 0,44 segundos.

a. Escribe en notación de intervalo los valores de un *QT* normal.
b. ¿Cuánto tiempo dura la onda de un *QT* normal?

Evaluación del aprendizaje

i Observa la representación de la Figura 1.23 y realiza lo que se indica en cada caso.

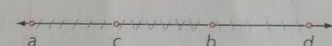


Figura 1.23

a. Nombra como conjuntos los intervalos de la figura.
b. Escribe cada conjunto en notación de intervalo.
c. Clasifica cada uno de los intervalos que nombraste en el literal a.
d. Interpreta mediante desigualdades cada uno de los intervalos que determinaste.
e. Escribe una operación cuyo resultado sean los puntos de la gráfica que tienen doble rayado.

ii Analiza y responde la pregunta en cada enunciado.

a. Si el centro de un entorno abierto es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.
b. Si el centro de un entorno reducido es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.

TALLER/LABORATORIO 5: Inecuación con valor absoluto

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve cada inecuación lineal. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $3x < 8$
b. $9x + 3 > 12$
c. $4x - 2 < -2$
d. $-6x > 12$
e. $-4x - 6 > -5$
f. $2x + 8 > 10$

2 Resuelve cada inecuación cuadrática. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $x^2 - 6x + 8 \geq 0$
b. $x^2 - 2x + 1 < 0$
c. $x^2 - 6x + 8 > 0$
d. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$
e. $x^2 - 8x + 7 < 0$
f. $6x^2 - 3x - 3 > 0$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto. Escribe la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $|-3x + 4| < -1$
b. $|-x + 5| > -2$
c. $\left|\frac{x^2 - 1}{2}\right| \geq 1$
d. $-\left|-\frac{6}{5}x - 1\right| \leq 2$

4 Resuelve las inecuaciones realizando el procedimiento descrito: Primero, se hallan las raíces del numerador y del denominador. Luego, se representan estos valores en la recta real y se continúa el proceso como en las inecuaciones cuadráticas, evaluando las raíces en la expresión del lado izquierdo de cada inecuación.

a. $\frac{3x + 1}{4x - 2} < 0$
b. $\frac{3x + 1}{4x - 2} \geq 0$
c. $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \geq 0$
d. $\frac{|4x + 5|}{x - 3} < 0$

Resolución de problemas

5 Interpreta y resuelve la inecuación que resulta de cada enunciado. Luego expresa la solución como un intervalo.

a. Tres veces un número x, restado de 18 es menor que -90.
b. Doce veces un número x restado de 34 es mayor que 8.

6 El cabello de Helena mide 4 cm de largo y crece a razón de 1,5 cm por mes. Helena quiere que su cabello crezca al menos 7 cm. ¿Cuántos meses debe esperar para que eso ocurra?

7 Una banda musical realizó una gira por tres ciudades, y logró reunir al menos 120 000 espectadores. En la primera ciudad la banda tuvo una audiencia de 45 000 y de 33 000 en la segunda. ¿Cuántas personas asistieron al concierto en la tercera ciudad?

Evaluación del aprendizaje

i Halla el conjunto solución de cada inecuación.

a. $x - 3 < 8$
b. $3x + 5 \geqslant 11$
c. $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$
d. $4x^2 + 7x - 2 < 0$
e. $|6x + 9| > 15$
f. $|3x| > 21$

ii Una camioneta pesa 890 kg. La diferencia entre el peso de la camioneta vacía y el peso de la carga que transporta debe ser por lo menos de 410 kg. Si la camioneta debe cargar cuatro cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una para que las pueda transportar?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

De las personas que hacen pública su orientación sexual diversa, el 80% han percibido el rechazo de su entorno social y por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas.

- ¿Qué significa la expresión "por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas?

TALLER/LABORATORIO 6: Probabilidad

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1. Se extrae una carta de una baraja española. Considera los siguientes sucesos:

   A: "salir una figura".

   B: "salir un as".

   C: "salir una carta del palo de espadas".

   a. ¿Son A y B incompatibles? Calcula $P(A \cap B)$.

   b. ¿Son A y C compatibles? Calcula $P(A \cup C)$.

Razonamiento

2. Se lanza un dado cúbico, con sus caras numeradas del 1 al 6, y se anota su puntuación.
   Se consideran los sucesos:

   A: "salir un número par".

   B: "salir un número que es un divisor de 12".

   a. ¿Son A y B sucesos incompatibles?

   b. Calcula la probabilidad de $A \cap B$.

Resolución de problemas

3. Calcula la probabilidad de $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$, sabiendo que $P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0{,}4$, que $P(A) = 0{,}6$ y que $P(B) = 0{,}8$.

Evaluación del aprendizaje

De los 39 estudiantes de una clase, 16 escogieron como idioma el francés, y 27, el inglés. Nueve estudiantes eligieron ambos idiomas y el resto no escogió ninguno de ellos. Si se elige al azar a un estudiante de dicha clase, halla las siguientes probabilidades.

a. Escogió francés.

b. Escogió inglés.

c. Escogió ambos idiomas.

d. Escogió francés o inglés.

e. Escogió francés, pero no inglés.

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Según el Instituto colombiano de bienestar familiar (ICBF) en nuestro país se registran 408 nacimientos diarios cuyos padres están en edades entre los 10 y los 19 años.

- ¿Consideras que esta edad es adecuada para tener hijos?

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1. En un pueblo se somete a sus vecinos a votación sobre la instalación de una antena de telefonía. Los resultados se muestran en la Tabla 6.25.

	A: Hombres	$\overline{A}$: Mujeres	
B : Sí	317	303	620
$\overline{B}$: No	223	314	537
	540	617	1 157

Tabla 6.25

Se selecciona al azar un vecino. Halla $P(A)$, $P(A/B)$, $P(\overline{B})$ y $P(\overline{B}/A)$.

2. El 60% de los estudiantes de un instituto aprobaron filosofía, y el 70% aprobaron matemáticas. El porcentaje de estudiantes que aprobaron filosofía habiendo aprobado matemáticas es del 80%. Si Juan sabe que ha aprobado filosofía, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado también matemáticas?

Ejercitación

3. En un experimento se sabe que $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}7$ y $P(A \cup B) = 0{,}85$. Calcula:

   a. $P(A \cap B)$

   b. $P(A/B)$

   c $P(B/A)$

   d. $P(A/(A \cap B))$

Resolución de problemas

4. Se tiene una urna con quince bolas negras y diez blancas, y se realizan dos extracciones sucesivas de una bola. Halla la probabilidad de que las dos bolas sean blancas en los siguientes casos.

   a. Con devolución a la urna de la primera bola extraída.

   b. Sin devolución.

5. El 80% de los días, un estudiante es llevado en automóvil a la facultad. Cuando lo llevan en auto llega tarde el 20% de los días. Cuando no lo llevan, llega temprano a clase el 10% de los días. Esta información se representa en la Figura 6.8.

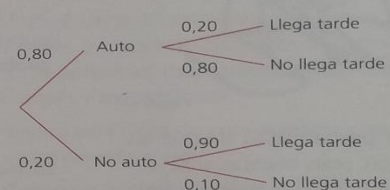


Figura 6.8

Con base en el diagrama de árbol y utilizando la regla del producto, determina:

a. La probabilidad de que el estudiante llegue puntual a clase y lo hayan llevado en automóvil.

b. La probabilidad de que llegue tarde a clase.

c. Si ha llegado temprano a clase, ¿cuál es la probabilidad de que no lo hayan llevado en auto?

Evaluación del aprendizaje

Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es de 0,6; que pase la segunda es de 0,8, y que pase ambas es de 0,5.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que pase al menos una prueba?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que pase la segunda prueba en caso de no haber superado la primera?

TALLER/LABORATORIO 7: Probabilidad Condicional

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Se extraen dos cartas de una baraja española.

Halla la probabilidad de que sean dos figuras (sota, caballo o rey) en los siguientes casos:

a. Con devolución.

b. Sin devolución.

Razonamiento

2 Se lanza dos veces una moneda equilibrada. Se llama *A* al suceso "salir cara en el primer lanzamiento"; *B*, al suceso "salir cara en el segundo lanzamiento", y *C*, al suceso "en total aparecen una cara y un sello".

a. ¿Son *A*, *B* y *C* independientes dos a dos?

b. ¿Son independientes los tres sucesos?

Resolución de problemas

3 La ruleta de un casino consta de 37 casillas, numeradas del 0 al 36, la casilla del 0 es verde y las demás se distribuyen entre negras y rojas, como se observa en la Figura 6.12.

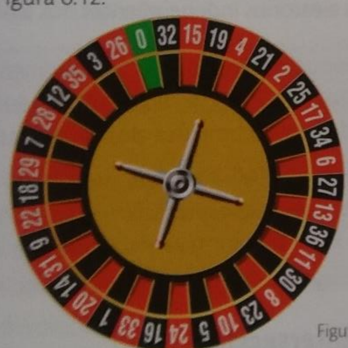


Figura 6.12

Puesta en marcha la ruleta, se consideran los sucesos:

A: "el resultado es un número del 1 al 9".

B: "el resultado es un número par".

C: "el resultado es un número rojo".

a. Halla la probabilidad $P(C - A)$.

b. Halla la probabilidad de obtener un número del 1 al 9, sabiendo que es rojo.

c. ¿Son independientes los sucesos *A* y *B*? ¿Y los sucesos *A* y *C*?

4 Los ciudadanos de un municipio votaron Sí o No a una determinada propuesta que realizó su alcalde. Los resultados por porcentajes vienen reflejados en la Tabla 6.26.

	Hombres	Mujeres	
Sí	25%	40%	65%
No	30%	5%	35%
	55%	45%	

Tabla 6.26

¿Son los sucesos *A*: "ser hombre" y *B*: "votar Sí" independientes?

Evaluación del aprendizaje

Una clase tiene 24 estudiantes y todos ellos cursan inglés y matemáticas. La mitad aprueban inglés, 16 aprueban matemáticas, y cuatro reprueban inglés y matemáticas.

a. Realiza una tabla de contingencia con los resultados de esta clase.

b. Calcula la probabilidad de que, al elegir un estudiante de esta clase al azar, resulte que aprueba matemáticas y reprueba inglés.

c. En esta clase, ¿son independientes los sucesos "aprobar inglés" y "aprobar matemáticas"?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Existen diferentes frases sobre el respeto, por ejemplo: "Si quieres que te respeten, respeta a los demás". ¿Crees que en esta frase hay alguna relación de dependencia? ¿Cómo las personas pueden ganarse en respeto de las otras personas?

TALLER/LABORATORIO Final: Practica más
Reales

Practica más

Conjuntos

Comunicación

1 Observa el siguiente conjunto:

$$G = \{x / -7 \leq x < 3\}$$

Luego, determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. $G = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

b. $G = \{-7, 3\}$

c. $7 \in G$

d. $3 \notin G$

2 Determina las operaciones a partir de los siguientes conjuntos:

$K = \{x / 2x \leq 20\}$ $\qquad$ $G = \{x / 3x < 18\}$

$P = \{\text{números primos menores que } 15\}$

a. $(K \cup P) \cap G$

b. $P - G$

c. $(P \cap G) \cap K$

d. $(K \,\Delta\, G) \cup P$

Resolución de problemas

3 En una excursión de 100 personas, 38 visitaron una cueva, 24 navegaron por el río y 44 practicaron deportes extremos. Doce personas fueron al río y a la cueva, 20 estuvieron en la cueva y practicaron algún deporte extremo, 13 navegaron por el río y practicaron algún deporte extremo y 9 participaron en las tres actividades. ¿Cuántas personas fueron únicamente al río?

Números reales

Comunicación

4 Representa en la recta real los siguientes números:

$$-\sqrt{2},\ 2\sqrt{2},\ \frac{\pi}{2},\ 3^{\frac{1}{2}}$$

5 Resuelve las siguientes operaciones y escribe el resultado redondeándolo hasta las centésimas.

a. $3\left(\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\right) + \left(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\right)$

b. $\left(2\sqrt{2}\right) \div \left(2\sqrt{3}\right)$

c. $3\pi\left(\frac{2}{5\pi}\right)$

Ejercitación

6 Halla el perímetro de las regiones de las Figuras 1.31 y 1.32.

a.

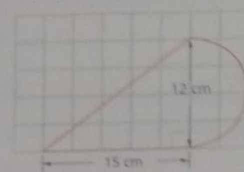


Figura 1.31

b.

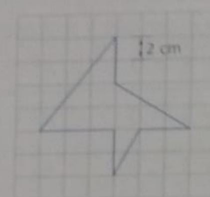


Figura 1.32

Desigualdades e inecuaciones

Ejercitación

7 Determina la desigualdad que se obtiene en cada caso. Dado que $12 > -5$:

a. adiciona -15 a ambos lados de la desigualdad.

b. multiplica por -3 a ambos lados de la desigualdad.

c. divide por $\frac{1}{4}$ a ambos lados de la desigualdad.

8 Halla tres números que hagan verdadera a cada inecuación.

a. $3 \leq b + 7$

b. $-x + 5 < 3$

c. $a + 3 \geq b - 12$

d. $5b + 1 < -5$

Resolución de problemas

9 Se tienen dos astas de madera, la más larga mide 3 dm más que el doble de la más corta, que no excede los 20 dm. La medida de la tercera parte de la más larga menos la mitad de la más corta es mayor que 2 dm.

a. Plantea la inecuación que representa la situación.

b. ¿Cuál es el valor mínimo que puede medir el asta más corta?

c. ¿Cuál es el valor máximo?

Estadística

Practica más

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Estadística

Comunicación

1 En una cadena de centros comerciales trabajan 150 personas en el departamento de personal, 450 en el de ventas, 200 en el de contabilidad y 100 en el de atención al cliente. Con objeto de realizar una encuesta laboral, se quiere seleccionar una muestra de 180 trabajadores.

a. ¿Qué tipo de muestreo se debe emplear para que en la muestra estén representados todos los departamentos? Explica tu respuesta.

b. ¿Qué número de trabajadores de cada departamento habrá en la muestra?

Ejercitación

2 La distribución de frecuencias de la Tabla 6.27 corresponde a las edades de algunos habitantes de un conjunto residencial.

Edad	C_k	f_k	f_r
[0, 12)	6	1	0,02
[12, 24)	18	8	0,16
[24, 36)	30	14	0,28
[36, 48)	42	10	0,2
[48, 60)	54	7	0,14
[60, 72)	66	6	0,12
[72, 84)	78	4	0,08

Tabla 6.27

a. ¿Cuál es la población?, ¿cuál es la muestra?

b. Calcula el segundo cuartil y el percentil 38.

c. Escribe tres conclusiones sobre la edad de los habitantes del conjunto residencial.

3 Observa el histograma de la Figura 6.16.

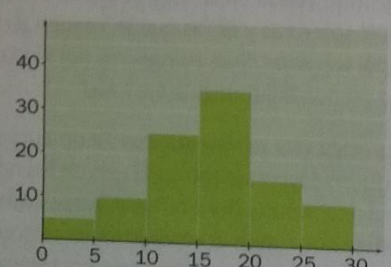


Figura 6.16

- Calcula el rango, la desviación media, la varianza y la desviación típica.

Razonamiento

4 Determina la media, la moda, la mediana y los cuartiles Q_1 y Q_3 de la distribución representada en el polígono de frecuencias de la Figura. 6.17.

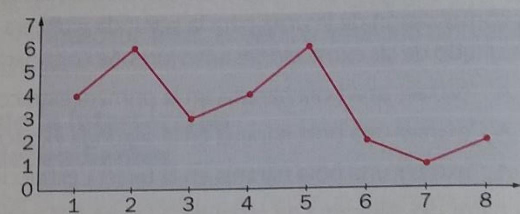


Figura 6.17

5 ¿Es posible que la media no coincida con ningún valor de la variable?, ¿y la moda? Explica tus respuestas.

Probabilidad

Resolución de problemas

6 En una urna hay ocho bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola al azar y se anota el número. Considera los sucesos $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 8\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7\}$ y halla la probabilidad de $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, y $\overline{C}$.

7 Sean A y B dos sucesos independientes. La probabilidad de que suceda el suceso B es de 0,6. Si $P(A/B) = 0{,}3$, calcula:

a. La probabilidad de que suceda al menos uno de los dos sucesos.

b. La probabilidad de que suceda el suceso A, pero no el B.

8 Se considera el experimento aleatorio compuesto consistente en lanzar dos veces un dado.

a. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?

b. Calcula la probabilidad de obtener primero un 2 y luego un 5.

9 En el armario de Luis hay seis camisetas blancas, cuatro azules, tres negras y dos rojas. Si se sacan consecutivamente dos camisetas, ¿cuál es la probabilidad de cada suceso?

a. Sacar dos camisetas negras.

b. Sacar una camiseta blanca y otra azul.

c. No sacar ninguna camiseta roja.

E. PRACTIQUEMOS

E1. Reales

Resolución de **problemas**

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Estrategia: Descomponer el problema en partes

Problema

En un grupo de 40 estudiantes se encontró que 21 prefieren el helado con sabor a vainilla; 17, el de fresa; 19, el de mora; 8 prefieren combinar vainilla y fresa; 9, vainilla y mora, y 7, fresa y mora. Si cinco combinan los tres sabores, ¿cuántos estudiantes no prefiere ninguno de estos sabores?

1. Comprende el problema

- ¿Qué información puedes obtener del enunciado?

  R: El número de personas que prefieren uno, dos o tres sabores de helado.

- ¿Qué te piden encontrar?

  R: El número de personas que no prefieren ningún sabor.

2. Crea un plan

- Organiza la información en un diagrama de Venn.

3. Ejecuta el plan

- Denomina *V* al conjunto de los que prefieren el sabor a vainilla, *F* al de quienes prefieren fresa y *M* al de los que prefieren mora.
- Cinco prefieren los tres sabores; por tanto, se ubica el número 5 en la intersección de los tres conjuntos.

Figura 1.33

- Como siete prefieren fresa y mora y ya hay cinco en los tres, en la intersección entre fresa y mora faltan dos.

Figura 1.34

- Ubica las demás intersecciones y cuenta el total de elementos en los conjuntos.

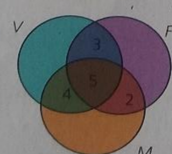


Figura 1.35

R: Solo dos estudiantes no prefieren ninguno de los tres sabores.

4. Comprueba la respuesta

- Verifica que los que prefieren fresa o mora, pero no vainilla, son 17.

Aplica la estrategia

1. En un grupo de 38 aspirantes a un cargo en una empresa extranjera, 19 hablan inglés, 14 hablan francés y 15 hablan alemán. Si 5 hablan inglés y francés; 7, inglés y alemán; 3, francés y alemán, y 2 personas hablan los tres idiomas, ¿cuántas personas hablan solo uno de estos idiomas?

   a. Comprende el problema

   ....

   ....

   b. Crea un plan

   ....

   ....

   c. Ejecuta el plan

   ....

   ....

   d. Comprueba la respuesta

   ....

   ....

Resuelve otros problemas

2. Si a es un número real, ¿puedes encontrar un valor para el cual a y su recíproco no tengan el mismo signo?

3. La expresión $x = 200 + 5t$ representa la distancia en metros recorrida por un móvil, que realiza un movimiento lineal (t en segundos). ¿Cuánto tiempo mínimo debe transcurrir para que el móvil recorra una distancia no menor a 500 m?

Formula problemas

4. Plantea y resuelve un problema en el cual se utilice la información de la Figura 1.36

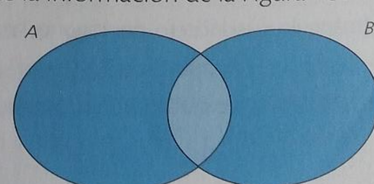


Figura 1.36

Enriquece tu vocabulario

- Busca en el diccionario las palabras unión, intersección y complemento. Escribe su significado en tu cuaderno.

D2. Estadística

Resolución de problemas

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Estrategia: Elaborar una tabla

Problema

En una clínica nacen 20 niños y doce niñas. De estos, ocho niños y dos niñas nacen prematuramente. ¿Cuál es la probabilidad de que un bebé nazca en el tiempo justo, si se sabe que es un niño?

1. Comprende el problema

- ¿Cuántos niños y cuántas niñas nacen en la clínica?
  R: 20 y 12, respectivamente.
- ¿Cuántas niñas y cuántos niños de los que nacen son prematuros?
  R: 2 y 8, respectivamente.
- ¿Qué se debe averiguar?
  R: La probabilidad de que un bebé nazca en el tiempo justo, sabiendo que es un niño.

2. Crea un plan

- Asigna variables a cada característica dada en el problema.
- Completa una tabla de contingencia.

3. Ejecuta el plan

- Asigna un nombre a cada uno de los eventos del problema.

A: "Bebé niño" $\overline{A}$: "Bebé niña"

B: "Prematuro" $\overline{B}$: "No prematuro"

- Completa la Tabla 6.28.

	Prematuro	No prematuro	Total
Niño			20
Niña			12
Total	10		

Tabla 6.28

- Calcula la probabilidad de que un bebé nazca en el tiempo justo sabiendo que es niño.

$P(A) = \frac{20}{32} = 0{,}625$ $P(A \cap \overline{B}) = \frac{12}{32} = 0{,}375$

$P(B/A) = \frac{0{,}375}{0{,}625} = 0{,}6$

R: Hay una probabilidad del 60% de que un bebé nazca en el tiempo justo, sabiendo que es un niño.

4. Comprueba la respuesta

- Verifica que la probabilidad de que una niña nazca en el tiempo justo es del 83,3%.

Aplica la estrategia

1. Un estudio de mercadeo permite concluir que, de una muestra de 80 clientes, 25 son ocasionales y los demás son regulares. Entre los regulares, 30 compraron artículos por un valor menor que $ 20 000 y cinco de los ocasionales también. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea ocasional, sabiendo que realizó compras por más de $ 20 000?

   a. Comprende el problema

   ....

   b. Crea un plan

   ....

   c. Ejecuta el plan

   ....

   d. Comprueba la respuesta

   ....

Resuelve otros problemas

2. Se extraen, una a una (sin devolución), dos bolas de la urna de la Figura 6.18. ¿Cuál es la probabilidad de obtener bola roja, dado que ya salió azul?, ¿y la de obtener bola verde, dado que ya salió roja?

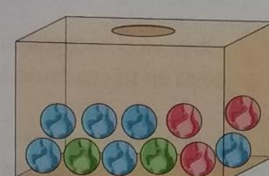


Figura 6.18

Formula problemas

3. Plantea una pregunta que involucre la siguiente información y resuélvela.

   En un colegio se seleccionaron 20 niñas de quince años de edad y 30 de doce años. En el primer grupo hay cinco niñas del grado séptimo y en el segundo hay quince.

Enriquece tu vocabulario

- Explica la diferencia entre cada par de expresiones:
  - Población y muestra
  - Suceso compatible e incompatible

F. ESTRATEGIA DE EVALUACION

F1. Reales

Evaluación del aprendizaje

Conjuntos

Comunicación

1 Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

VERDADERO/FALSO

a. Un conjunto queda determinado por comprensión si se escriben todos sus elementos.

b. La unión de dos conjuntos es otro al que pertenecen los elementos de ambos conjuntos.

c. La intersección del conjunto vacío con un conjunto unitario es el mismo conjunto unitario.

d. La propiedad que indica la cantidad de elementos de un conjunto se conoce como cardinalidad.

e. La intersección de dos conjuntos unitarios siempre es vacía.

Razonamiento

2 Selecciona cuál de los siguientes diagramas de Venn representa la operación $A \cup B$, dado que $A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ y $B = \{0, 1\}$.

SELECCIÓN MÚLTIPLE

a.

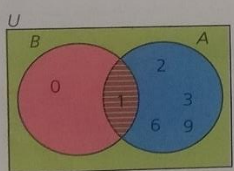


Figura 1.37

b.

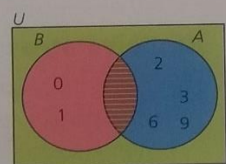


Figura 1.38

c.

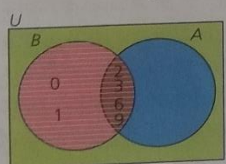


Figura 1.39

d.

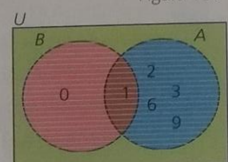


Figura 1.40

3 Escribe los siguientes conjuntos por comprensión.

ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $A = \{$triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, …$\}$

b. $B = \{$leche, queso, mantequilla, yogur$\}$

c. $C = \{$tetraedro, icosaedro, cubo, octaedro, dodecaedro$\}$

4 Determina algunos elementos de cada conjunto y clasifícalos de acuerdo con la cantidad de elementos.

a. $A = \{x/x$ es un animal mamífero y acuático$\}$

b. $B = \{x/x$ es un natural menor que $0\}$

ACTIVIDAD DE REFUERZO

Números reales

Razonamiento

ACTIVIDAD PARA COMPLETAR

5 Completa cada oración con los términos dados, de tal forma que las afirmaciones sean verdaderas.

racionales, naturales, infinita,

único, semirrecta, distancia

a. A todo punto de la recta real le corresponde un ______ número real.

b. El conjunto de números naturales se puede representar con una ______, tomando la misma ______ entre cada par de números.

c. El conjunto de números enteros es una ampliación del conjunto de números ______.

d. Entre cada par de números ______ siempre hay un número racional.

e. La cantidad de números reales es ______.

Ejercitación

6 Realiza las operaciones entre números reales expresando el resultado con dos cifras decimales.

ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\left(\frac{1}{2} + 21{,}67\right)^2$

b. $\pi\left(4 - \sqrt[3]{7}\right) + \left(11\sqrt{2} - 7\right)$

c. $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) - \left(\sqrt{5} + \sqrt{6{,}3^2 + 4{,}9^4}\right)^3$

Desigualdades

Ejercitación

7 Completa con los signos $<$, $>$, o $=$, según sea la relación entre cada par de números.

ACTIVIDAD PARA COMPLETAR

a. $\frac{3}{4} \square \frac{4}{3}$

b. $33 \square 29{,}01$

c. $2{,}45604 \square 2{,}54604$

d. $100 \square -10{,}0003$

e. $13{,}2 \square 13{,}2$

f. $\frac{6}{3} \square \sqrt{3}$

Razonamiento

8 Ordena de menor a mayor los números de cada conjunto.

ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, 3, \frac{4}{3}, -1, \frac{7}{4}, 0$

b. $\pi, -2, -2\pi, \sqrt{3}, 6, -8, -\sqrt{2}$

c. $-\sqrt{5}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{8}, -\sqrt{7}$

Intervalos y entornos

Comunicación

9 Representa cada intervalo en la recta numérica y clasifícalo como abierto, cerrado o semiabierto. Luego, exprésalo como conjunto y escribe cinco elementos que pertenezcan a él. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $[3, 18)$

b. $[-\pi, \pi]$

c. $\left(-\frac{29}{3}, -2\right)$

d. $(11{,}3; 11{,}4]$

e. $\left(\sqrt{5}, \sqrt{10}\right)$

10 Relaciona cada desigualdad con su respectiva representación gráfica. ACTIVIDAD PARA RELACIONAR

a. $a < x < b$

b. $a \leq x \leq b$

c. $a \leq x < b$

d. $a < x \leq b$

e. $a < x$

f. $b > x$

g. $a \leq x$

h. $b \geq x$

i. $\mathbb{R}$

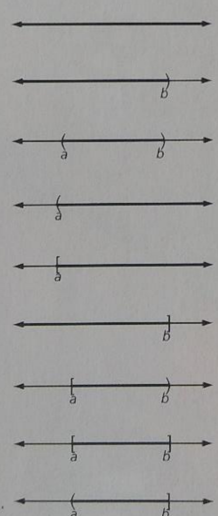


Figura 1.41

Inecuaciones y valor absoluto

Ejercitación

11 Une con una flecha cada inecuación con su correspondiente solución. ACTIVIDAD PARA RELACIONAR

a. $x^2 + 7x > -10$	$x < 5$
b. $-3x + 6 > -9$	$x > 2$
c. $-12x - 8 < 16$	$x < 2$
d. $5x - 29 > 1$	$x > 6$
e. $6x - 3 < 9$	$x < -5$ o $x > -2$

12 Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto y grafica su solución. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\left|3x + \frac{1}{4}\right| > 3$

b. $2\left|x - \frac{3}{2}\right| < -1$

c. $\left|6 - \frac{1}{6}x\right| > 2$

d. $\left|\frac{x}{4}\right| > 15$

e. $|5x + 2| > 2$

13 En cada caso, plantea una inecuación cuya solución sea la que se indica. PREGUNTA ABIERTA

a. $\{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$

b. $\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{2}{3}\}$

c. $\{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$

d. $\{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 4\}$

e. $\{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$

Resolución de problemas

14 A un estudiante le califican sus evaluaciones sobre 100 puntos. Si en seis evaluaciones ha obtenido 97, 98, 89, 80, 99 y 95, ¿cuál debe ser la nota mínima en su siguiente evaluación para obtener un promedio igual o superior a 93? SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

15 La suma de dos números enteros es menor que 100. Si uno de los números es el triple que el otro, ¿cuáles son los valores enteros máximos que satisfacen esta condición? SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

16 Propón una situación que se pueda describir con cada una de las siguientes inecuaciones. PREGUNTA ABIERTA

a. $x - 2 > 5$

b. $4q + 2 < 3$

c. $2c + 4 > 10$

d. $i - 3(i - 1) < 0$

e. $3m + 2 < 10$

F2. Estadística

Evaluación del aprendizaje

Conceptos de estadística. Muestreo

Ejercitación

1 Completa la distribución de frecuencias presentada en la Tabla 6.29. ACTIVIDAD DE REFUERZO

Medidas de 100 tornillos						
Medida (mm)	c_k	f_k	f_r	f_r%	F_k	F_r
[0, 10)	5	10				
[10, 20)		25				
[20, 30)		45				
[30, 40)		15				
[40, 50)		5				

Tabla 6.29

Responde las preguntas.

a. ¿Cuál es la medida menos frecuente?

b. ¿Qué porcentaje del total de tornillos mide menos de 30 mm?

c. ¿Qué porcentaje del total de tornillos mide 30 mm o más?

d. ¿Qué porcentaje del total representa el número de tornillos que miden entre 10 mm y 20 mm?

2 Observa el histograma de la Figura 6.19. Luego, completa en tu cuaderno las frases. ACTIVIDAD PARA COMPLETAR

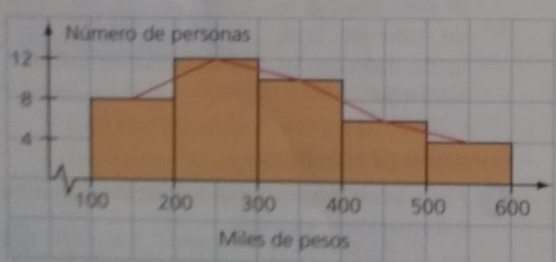


Figura 6.19

a. Los datos están distribuidos en ______ intervalos o clases.

b. El dato con la mayor frecuencia es ______.

c. El dato con la menor frecuencia es ______.

d. El tamaño de la muestra es de ______.

Comunicación

3 Antes de unas elecciones, un periódico llama telefónicamente y de forma aleatoria a 2 000 ciudadanos con derecho a voto y les pregunta por el candidato por el que van a votar. Así, esperan obtener una estimación fiable de los resultados que se van a producir. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. ¿Cuál es la población?

b. ¿Cuál es la muestra?

c. ¿Es realmente aleatoria la muestra?

Razonamiento

4 Alberto trabaja en un tren revisando que los viajeros lleven el billete correcto. Como hoy el tren, cuya capacidad máxima es de 300 pasajeros, va totalmente lleno, no puede comprobar que todos los viajeros llevan el billete correcto. Por ello va a revisar el billete a 75 viajeros que elegirá mediante un muestreo sistemático. Explica cómo lo hará. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Medidas de tendencia central, de dispersión y de posición

Razonamiento

5 Halla las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión, los cuartiles Q_1 y Q_3 y los percentiles P_{45} y P_{68} para cada distribución estadística definida en cada gráfica de las figuras 6.20 y 6.21. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a.

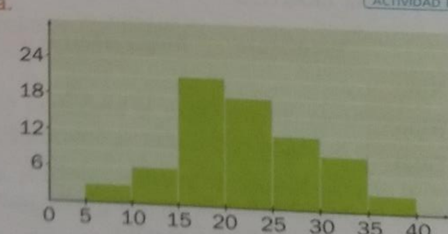


Figura 6.20

b.

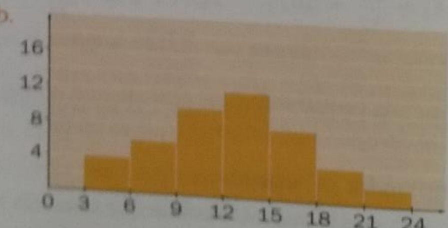


Figura 6.21

Razonamiento

6 El histograma de la Figura 6.22 representa la edad a la que 50 jóvenes aprendieron a interpretar un instrumento musical. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

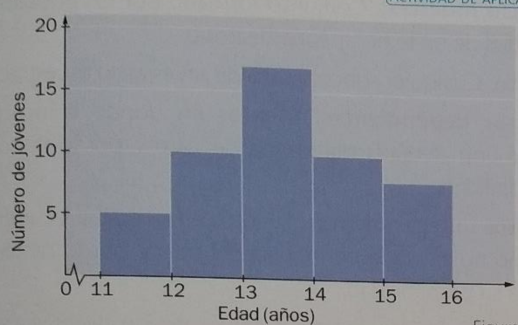


Figura 6.22

¿Cuántos jóvenes están por debajo del cuartil Q_1 y por encima del cuartil Q_3?

Tendencias y análisis de comportamiento

Comunicación

7 El IDEAM observó el comportamiento de la temperatura mínima media durante el año en Riohacha durante los 12 meses de 2015 y obtuvo los siguientes datos: 22° C, 22,4° C, 24° C, 24,5° C, 25° C, 25,5° C, 25° C, 25,2° C, 24,5° C, 24° C, 23,5° C, 23° C. Traza la gráfica de comportamiento de estas temperaturas y escribe 3 conclusiones. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Diseño de experimentos aleatorios

Ejercitación

8 Para la investigación agrícola que se estudió en la página 221, determina La variable de interés en la situación, los factores de diseño, y los niveles del factor. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Reglas de probabilidad.

Razonamiento

9 Decide cuál de las siguientes afirmaciones es cierta. SELECCIÓN MÚLTIPLE

a. Si A y B son dos sucesos incompatibles, entonces $P(A) + P(B) = 1$.

b. Si A y B son dos sucesos independientes, entonces son también incompatibles.

c. Si A y B son dos sucesos incompatibles, entonces son también independientes.

Probabilidad condicionada

Ejercitación

10 Completa en tu cuaderno la Tabla 6.30 que muestra la distribución de tres cursos de un colegio. ACTIVIDAD DE REFUERZO

	Niños	Niñas	
901	5		
902		60	100
903			78
	100		232

Tabla 6.30

Si se escoge un estudiante al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea niña?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que sea niña y esté en el curso 902?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que es niña, sea de 903?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que sea niño, sabiendo que pertenece a 901?

Probabilidad condicionada y compuesta

Ejercitación

11 En un experimento se tiene $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}7$ y $P(A \cup B) = 0{,}85$. ACTIVIDAD DE REFUERZO

Determina:

a. $P(A \cap B)$

b. $P(A/B)$

c. $P(A/(A \cap B))$

Sucesos dependientes e independientes

Razonamiento

12 Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{2}{5}$. Calcula, razonadamente, para qué valor de $P(A \cup B)$ los sucesos A y B son independientes. ACTIVIDAD DE REFUERZO

13 Sea A un suceso con $0 < P(A) < 1$. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. ¿Puede ser A independiente de su contrario, $\overline{A}$?

b. Sea B otro suceso tal que $A \subset B$. ¿Serán A y B independientes?

c. Sea C un suceso independiente de A. ¿Serán A y $\overline{C}$ independientes? Justifica las respuestas.

G. BIBLIOGRAFÌA

Matemáticas 11. Ministerio de Educación nacional. Libro del estudiante. 2017.