ELEMENTOS PARA LA ELABORACIÓN DE LAS GUIAS *FRCC-V2-SGC-7-2016*	GESTION ACADEMICA INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE GUADALUPE	

Area. Matemàticas **Grado:** 10-03

Asignatura: Trigonometrìa

Docente: Isdaèn Alberto Correa Urrea

Proyecto de aula o de investigación: Salud y Bienestar

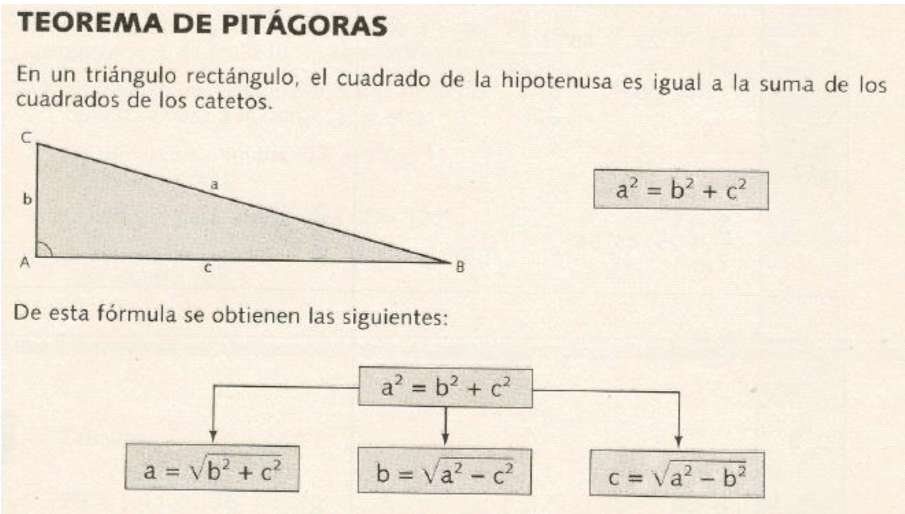
Contenidos, temas:

Relaciones Trigonomètricas , Teorema del Seno , Teorema del Coseno , Teorema de la Tangente e Identidades Trigonomètricas

Competencias a desarrollar: Resoluciòn (Resolver situaciones que involucre los temas propuestos).

PRECONCEPTOS:

Ejercicios de aplicación del Teorema de Pitágoras



TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

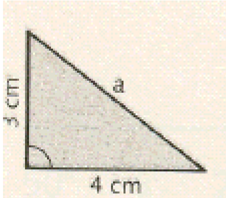
$$a^2 = b^2 + c^2$$

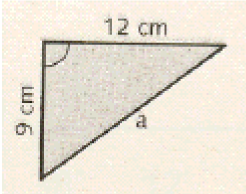
De esta fórmula se obtienen las siguientes:

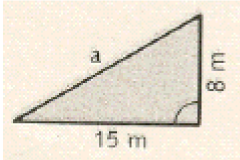
$$a^2 = b^2 + c^2$$

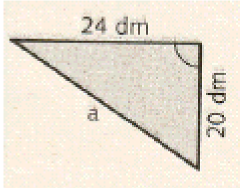
$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

1. En los triángulos siguientes hallar el perímetro y el área

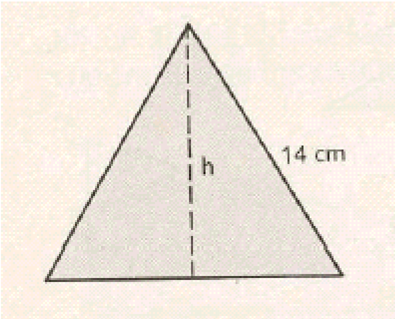


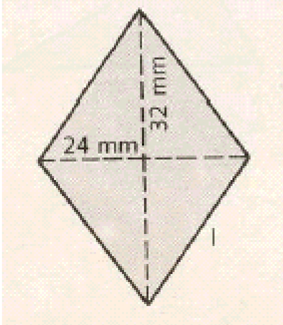


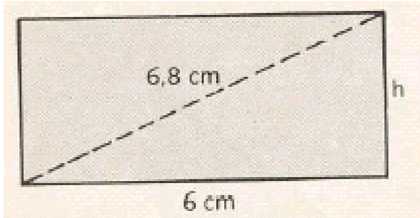




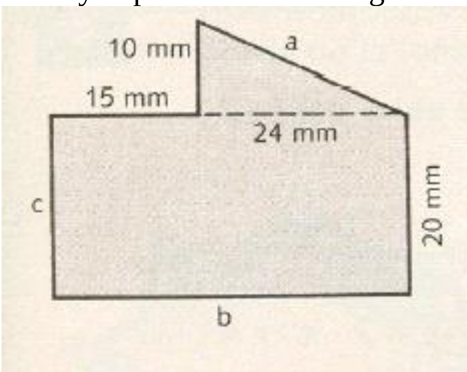
2. Halla el área y el perímetro del triángulo equilátero, rombo y rectángulo siguientes:

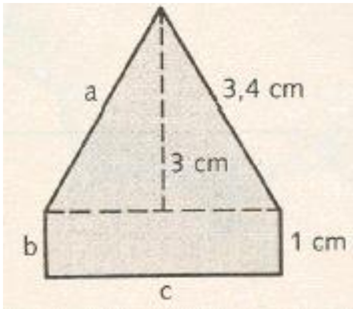






3. Hallar el área y el perímetro de las siguientes figuras:





Soluciones: 1) 6cm^2,12cm ; 54cm^2,36cm ; 60m^2,40cm ; 240dm^2,75’24dm

2) 84’84cm^2,42cm ; 384mm^2,80mm ; 19’2cm^2,18’4cm

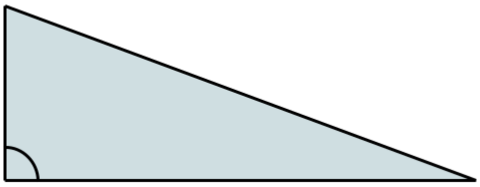
3) 198mm^2,130mm ; 8cm^2,12cm

Teorema de Pitágoras

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

C



b

2 . 2 2

A c B

De esta fórmula se obtienen las siguientes:

$a = b^2 + c^2$

$b = a^2 - c^2$

$c = a^2 - b^2$

1 **Calcula la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.**

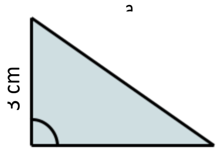
a

a

=

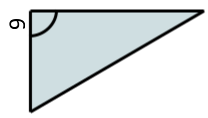
5

c
m



$a = b^2 + c^2$

12 cm

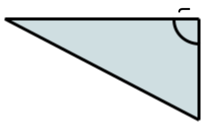


$a = \sqrt{}$

a

=

24 dm

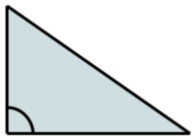


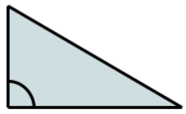
15 m

a =

a =

2 **Calcula el cateto que falta en cada triángulo rectángulo.**





13 cm

10 cm

b

5 cm

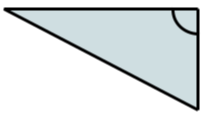
c

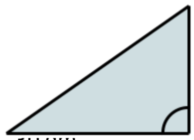
8 cm

$b = 10^2 - 8^2$

$c = 13^2 - 5^2$

30 dm





30 dm

18 dm

b

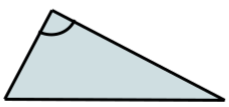
34 dm

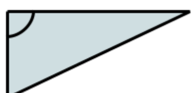
c

b =

c =

c





2
7

m

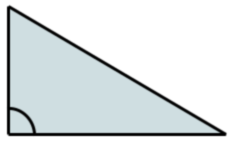
45 m

52 m

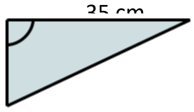
b =

c =

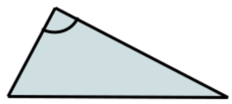
3 **Calcula en cada triángulo rectángulo el lado que falta.**



a =



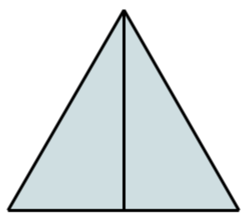
b =



c =

PROBLEMAS DE APLICACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

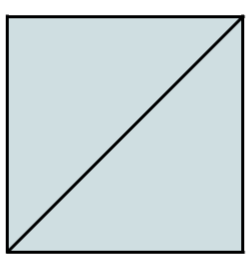
1 **Calcula la altura de un triángulo equilátero de 14 cm de lado.**



14 cm

h

2 **Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado.**



d

9 cm

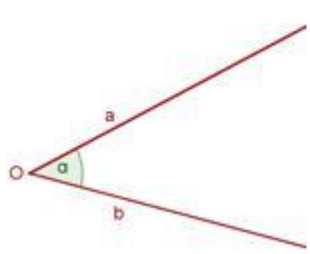
3 **Calcula la altura de un rectángulo cuya diagonal mide 6,8 cm y la base 6 cm.**

Ademàs :

ÁNGULO, MEDIDA DE ÁNGULOS

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común.

A las semirrectas se las llama lados y al origen común vértice.



El ángulo es positivo si se desplaza en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj y negativo en caso contrario.

Para medir ángulos se utilizan las siguientes unidades:

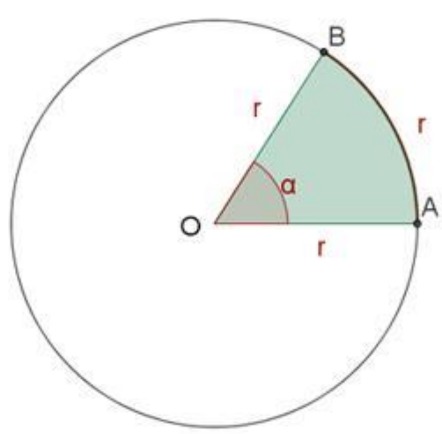
Grado sexagesimal (°)

Si se divide la circunferencia en 360 partes iguales, el ángulo central correspondiente a cada una de sus partes es un ángulo de un grado (1°) sexagesimal.

Un grado tiene 60 minutos (') y un minuto tiene 60 segundos ('').

Radián (rad)

Es la medida de un ángulo cuyo arco mide un radio.



EJERCICIOS RESUELTOS

Ten en cuenta que para convertir grados a radianes se multiplica por el factor $\frac{\pi}{180^\circ}$ Y para convertir de radianes a grados se multiplica por el factor $\frac{180^\circ}{\pi}$

1. Al convertir 135° a radianes se obtiene:

a) $\frac{5}{4}\pi$ b) $\frac{3}{4}\pi$ c) $\frac{3}{5}\pi$ d) $\frac{7}{4}\pi$

Solución: Se multiplica 135° por el factor $\frac{\pi}{180^\circ}$, y la fracción resultante se simplifica, entonces:

$$\text{rad} = 135^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{135^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{27}{36}\pi = \frac{3}{4}\pi$$

La respuesta correcta corresponde al inciso "b".

2. Al convertir $\frac{1}{5}\pi$ a grados se obtiene:

a)36° b)86° c)120° d)60°

Solución:

Se multiplica $\frac{1}{5}\pi$ por el factor $\frac{180°}{\pi}$, es decir:

$$\text{grados} = \left(\frac{1}{5}\pi\right)\left(\frac{180°}{\pi}\right) = \frac{180°}{5} = 36°$$

La respuesta correcta corresponde al inciso "a".

3. Al convertir 210° a radianes se obtiene:

a) $\frac{1}{6}\pi$ b) $\frac{5}{6}\pi$ c) $\frac{7}{6}\pi$ d) $\frac{11}{6}\pi$

Solución:

Se multiplica 210° por el factor $\frac{\pi}{180°}$, y la fracción resultante se simplifica, entonces:

$$\text{rad} = 210°\left(\frac{\pi}{180°}\right) = \frac{210°\pi}{180°} = \frac{7}{6}\pi$$

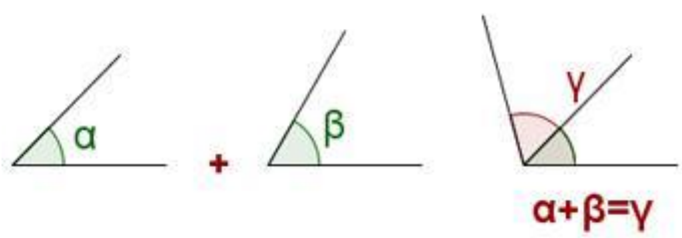
La respuesta correcta corresponde al inciso "c".

OPERACIONES CON ÁNGULOS

Suma de ángulos

Gráfica

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.



Numér ic a

- Para sumar ángulos se colocan los grados minutos debajo de los minutos y los segundos; y se suman.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 32^{\circ} & 24' & 48'' \\
+ & 43^{\circ} & 49' & 25'' \\
\hline
 & 75^{\circ} & 73' & 73''
\end{array}
$$

debajo de los grados, los segundos debajo de los

- Si los segundos suman más de 60 , se divide dicho número entre 60; El resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.

$$
\begin{array}{l|l}
73'' & 60 \\
\cline{2-2}
13'' & 1'
\end{array}
$$

$$75^{\circ} \quad 74' \quad 13''$$

- Se hace lo mismo para los minutos.

$$
\begin{array}{l|l}
74' & 60 \\
\cline{2-2}
14' & 1^{\circ}
\end{array}
$$

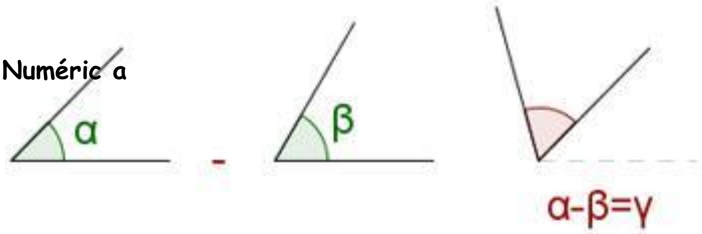
$$76^{\circ} \quad 14' \quad 13''$$

Resta de ángulos

G r áf ic a

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.

Numéric a



Para restar ángulos se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

$$\begin{array}{rrrr} & 52^\circ & 23' & \boxed{18''} \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline \end{array}$$

Se restan los segundos . Caso de que no sea posible, convertimos un minuto del minuendo en 60 segundos y se lo sumamos a los segundos del minuendo. A continuación restamos los segundos.

$$\begin{array}{rrrr} & 52^\circ & \boxed{22'} & 78'' \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & & & 53'' \end{array}$$

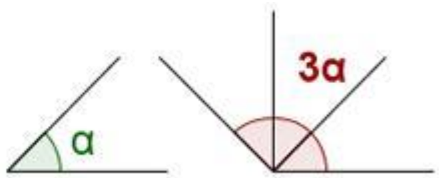
Hacemos lo mismo con los minutos.

$$\begin{array}{rrrr} & 51^\circ & 82' & 78'' \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & 8^\circ & 33' & 53'' \end{array}$$

Multiplicación de ángulos

Gráfica

La multiplicación de un número por un ángulo es otro ángulo cuya amplitud es la suma de tantos ángulos iguales al dado como indique el número .



Numérica

- Multiplicamos los segundos, minutos y grados por el número.

$$\begin{array}{rrr} 32^\circ & 23' & 49'' \\ & & \times 5 \\ \hline 160^\circ & 115' & 245'' \end{array}$$

Si los segundos sobrepasan los 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.

$$\begin{array}{r|l} 245'' & 60 \\ \cline{2-2} 5'' & 4' \end{array}$$

$160^\circ \quad \boxed{119'} \quad 5''$

- Se hace lo mismo para los minutos.

$$\begin{array}{r|l} 119' & 60 \\ \cline{2-2} 59' & 1^\circ \end{array}$$

$161^\circ \quad 59' \quad 5''$

A. FUNDAMENTACION-LECTURA

Las Matematicas impregna todo el quehacer de la actividad humana, en Ciencias Medicas es fundamental asi como las asociaciones de fisica, quimica y otras. No obstante las Matematicas en su interaccion ha impulsado a la Medicina y a la vez esta se vale de ella cada vez mas con mayor precision cada vez debido a que la salud de un organismo humano se representa cuantificablemente y todo desequilibrio conlleva a patologias antes las cuales los medicos plantean con la Medicina las mejores vias para restablecer el equilibrio de la salud de pacientes y una de las mejores vias nos la proporciona las Matematicas

La matematica en el campo de la medicina es fundamental por que constantemente en la aplicacion de la medicina necesitamos desde el .

Tambien en transfusiones saguineas, en mediciones en pediatria como IMC, o lo que debe ir aumentando un infante al crecer y saber si su crecimiento y desarrollo es normal, en , en neumologia, en gastroenterologia, hematologia, en hepatologia, en cada parte de ella.

B. ACTIVIDAD INDIVIDUAL – PRACTIQUEMOS

Los ángulos se pueden medir en grados sexagesimales y radianes. Un ángulo de 1 radián es aquel cuyo arco tiene longitud igual al radio.

- 360º = 2π radianes (una vuelta completa) - Un ángulo recto mide $\frac{\pi}{2}$ radianes (un cuarto de vuelta)

- 180º = π radianes (media vuelta) - Como 180º = π rad, resulta que 1º = $\frac{\pi}{180}$ rad

- Un ángulo de 1 radian tiene $\frac{180}{\pi}$ = 57,29578 grados = 57º 17’ 45”

Para transformar de una unidad a otra, usamos la regla de tres:

$\frac{180^o}{x^o} = \frac{\pi\ rad}{y}$ →→→→ ejemplo: 40º a rad $\frac{180^o}{40^o} = \frac{\pi\ rad}{y}$ → y = $\frac{40^o\,\pi\ rad}{180^o} = \frac{4\pi\ rad}{18} = \frac{2\pi\ rad}{9}$

Ejercicios:

Transformar el ángulo de grados a rad:

1) 15º 2) 35º 3) 80º 4) 150º 5) 200º

6) 90º 7) 60º 8) 45º 9) 30º

Transformar el ángulo de rad a grados:

1) $\frac{\pi}{5} rad$ 2) $\frac{\pi}{10} rad$ 3) $3\pi \ rad$ 4) $\frac{17\pi}{4} rad$

Aplicaciones de la medida en radianes

De la definición de la medida en radianes se deduce que la longitud de un arco circular de radio r y ángulo igual a α radianes es:

S = r · α , S: arco circunferencia, r: radio y α : ángulo en rad

Ya que conocemos el perímetro de una circunferencia de radio unitario ($2\pi r = 2\pi$), entonces el ángulo de una circunferencia completa, medido en radianes es 2π .

Ejemplo aplicación

1 Una correa conecta dos poleas de radios $r = 10$ cm y $R = 25$ cm. Si la grande da un giro completo, ¿qué ángulo expresado en grados habrá girado la pequeña?

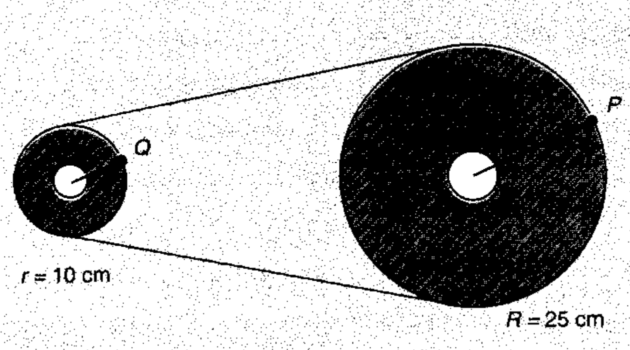


Figura 1.11.

Solución:

El punto P recorre la misma distancia que el punto Q (evidente si piensas en el movimiento de la correa). La longitud del arco recorrido por P en una vuelta es:

$$s_P = R \cdot \alpha_P = 25 \cdot 2\pi = 50\pi = 157{,}08 \text{ cm}$$

Por tanto, el ángulo girado por Q es:

$$\alpha_Q = \frac{s_Q}{r} = \frac{s_P}{r} = \frac{157{,}08}{10} = 15{,}708 \text{ radianes}$$

O sea,

$$15{,}708 \cdot \frac{180}{\pi} = 900°.$$

2 Un aspersor funciona con un mecanismo que le produce un movimiento de giro, de ida y vuelta, de 60°. Si el chorro de agua alcanza 16 m, halla el área A de la superficie de césped regada.

Solución:

Riega un sector de ángulo $\alpha = 60° = \frac{\pi}{3}$ radianes y radio 16 m, así que:

$$A = \frac{1}{2}(16)^2 \frac{\pi}{3} = 134 \text{ m}^2$$

3 En un *sprint* los ciclistas alcanzan una velocidad de 20 m/s (72 km/h). ¿Cuál es la velocidad angular de las ruedas, es decir, cuántos grados gira por segundo? (Radio de las ruedas = 35 cm).

Solución:

Como cada giro de la rueda hace avanzar $2\pi r = 0{,}70\pi = 2{,}20$ m, en un segundo da $\frac{20}{2{,}20} = 9{,}095$ vueltas, o sea 9,095 veces 360°, unos 3.274°. (Más de 30° en una centésima de segundo, ¡impresionante!).

Ahora tu

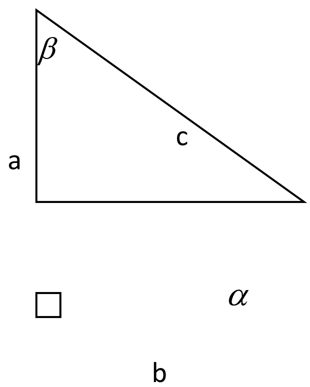
¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las cuatro y media en punto? Y a las 10:20 hrs.?

Halla el radio r de una rueda que gira 300 vueltas por minuto impulsada por una correa que se mueve a 45 m/s.

La rueda de un vehículo tiene un diámetro de 90 cm. ¿Cuántas vueltas da aproximadamente por minuto cuando viaja a 120 km/h?

Funciones trigonométricas

Utilizaremos un triángulo rectángulo para definir las funciones trigonométricas: seno (sen), coseno (cos), tangente (tan), cotangente (cot), secante (sec) y cosecante (cosec).



En un triángulo rectángulo, estas funciones se definen como sigue:

$\text{sen } \alpha = \dfrac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$ $\tan \alpha = \dfrac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$ $\sec \alpha = \dfrac{hipotenusa}{cateto\ adyacente}$

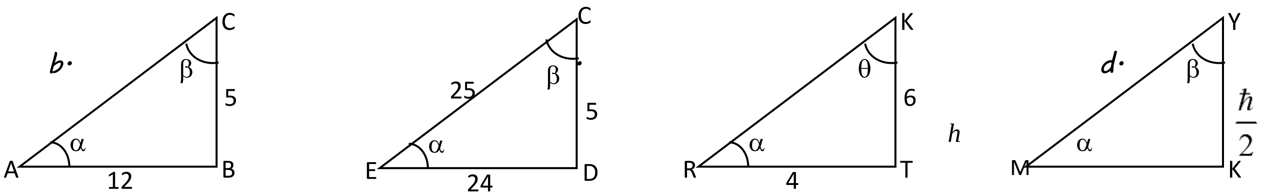
$\cos \alpha = \dfrac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$ $\cot \alpha = \dfrac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$ $\text{cosec } \alpha = \dfrac{hipotenusa}{cateto\ opuesto}$

Aquí podemos darnos cuenta que basta con conocer las funciones sen α y cos α para poder calcular las otras funciones, veamos por qué:

$\tan \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{\cos\ \alpha}$ $\cot \alpha = \dfrac{\cos\ \alpha}{sen\ \alpha}$ $\sec \alpha = \dfrac{1}{\cos\ \alpha}$ $\text{cosec } \alpha = \dfrac{1}{sen\ \alpha}$

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN O TRANSFERENCIA:

1. Dado los siguientes triángulos rectángulos, halla Senα, cosα, cosβ, tgα, tgβ

a. b. 

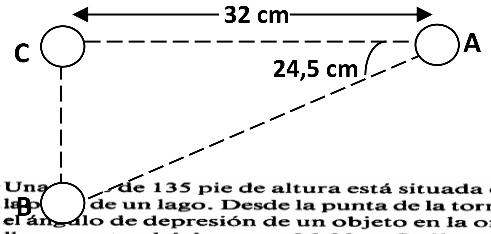
2. Soluciona los siguientes triángulos
   a. a = 18 cm b = 22 cm c = 30 cm
   b. a = 40 m b = 50 m <c = 10º
   c. a = 13,2 cm b = 12,4 cm <A = 58º
   d. <A = 34º b = 12,7 cm
   e. b = 60 cm c = 43 cm

Ahora resuelve situaciones problemas

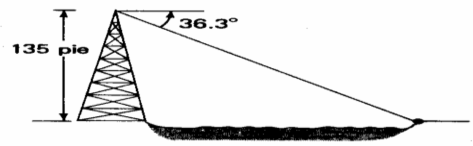
1. n meteorólogo quiere saber la altura de una nube, para ello, ubica un punto fijo A sobre el suelo debajo de la nube. Se ubica en un punto B separado 2 m de A. para ello ubica un teodolito de 1,5 m de altura en B y mide un ángulo de elevación de 80,5º. Halla la altura de la nube.

2. *Un aeroplano que se eleva a una altura de 6500 FE, siguiendo una trayectoria de vuelo de 28,5°. Determine la distancia de terreno que ha recorrido durante el ascenso.*

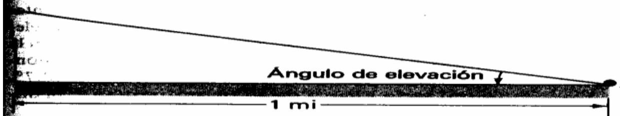
3. *La figura muestra tres agujeros barrenados por un maquinista en una placa metálica. Determine la distancia AB. ©*



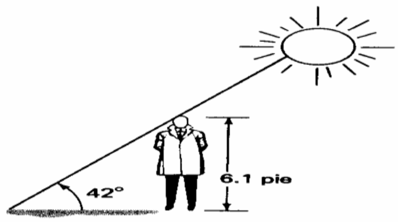
3 **Una ... de 135 pie de altura está situada en la ... de un lago. Desde la punta de la torre, el ángulo de depresión de un objeto en la orilla opuesta del lago es 36.3°. ¿Cuál es la anchura del lago?**



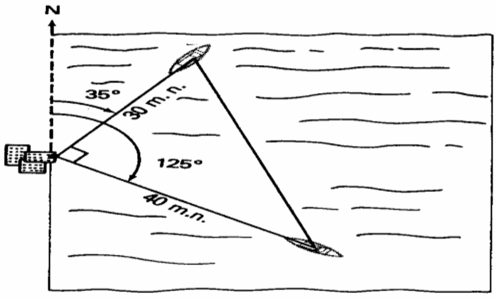
1. El edificio Empire State (en Nueva York) tiene 1250 pie de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación de su último piso desde un punto de la calle que está a 1 mi (5280 pie) desde la base del edificio?



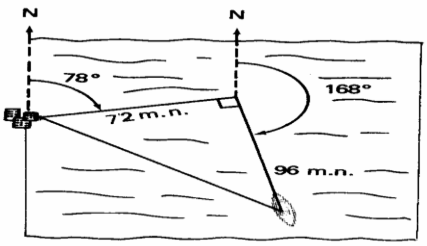
5 **Si el ángulo de elevación del Sol es 42°, ¿cuál es la longitud de la sombra proyectada sobre el suelo de una persona que mide 6.1 pie de altura?**



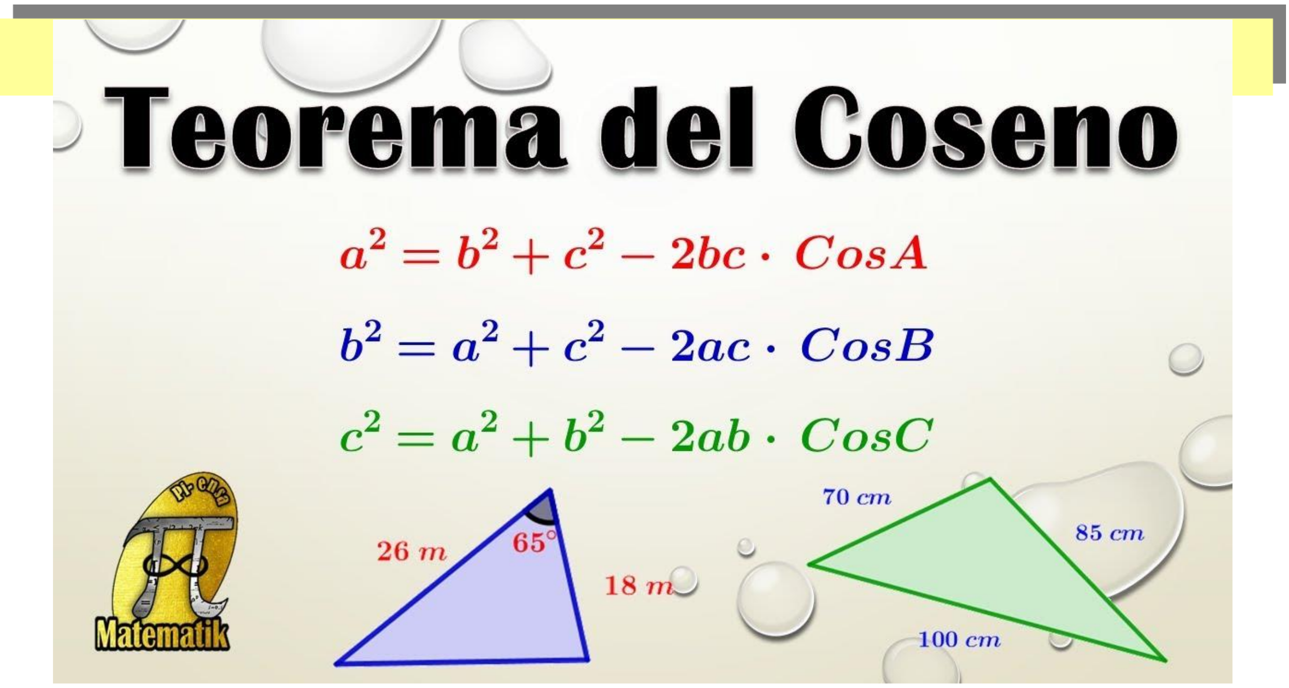
4 **Dos embarcaciones salen de puerto al mismo tiempo. La primera navega con un curso de 35° a 15 nudos, mientras que la segunda lo hace con un curso de 125° a 20 nudos. Obtenga, después de 2 h, (a) la distancia entre las naves; (b) la orientación de la primera embarcación respecto a la segunda; y (c) la orientación de la segunda respecto a la primera.**



44. Un barco sale de puerto y durante 4 horas sigue un curso de 78° a 18 nudos. Después, la nave cambia al curso de 168° y lo sigue durante 6 h a 16 nudos. Después de 10 h, (a) ¿cuál es la distancia del barco al puerto?, y (b) ¿cuál es la orientación del puerto con respecto a la nave?



.



Teorema de la Tangente

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan[\frac{A+B}{2}]}{\tan[\frac{A-B}{2}]}$$

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{\tan[\frac{A+C}{2}]}{\tan[\frac{A-C}{2}]}$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan[\frac{B+C}{2}]}{\tan[\frac{B-C}{2}]}$$

siendo a, b y c los lados y A, B y C los ángulos del triángulo

Explicaciòn

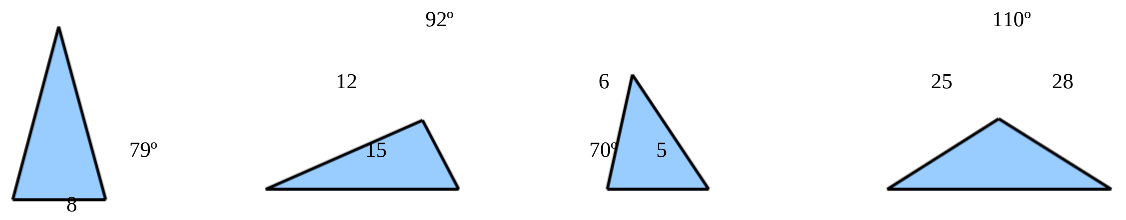
Cajón de Ciencias

Teoremas del seno y el coseno: ejercicios resueltos

 En los siguientes triángulos, halla los lados y ángulos restantes:

a) b) c) d)

22º



- Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de 50º, y otro B, situado al otro lado y en línea recta, con un ángulo de 60º. Sabiendo que el globo se encuentra a una distancia de 6 kilómetros del pueblo A y a 4 del pueblo B, calcula la distancia entre los pueblos A y B.

- Los flancos de un triángulo forman un ángulo de 80º con la base. Si el triángulo tiene 30 centímetros de base, calcula la longitud de sus lados.

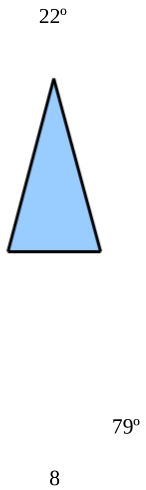
- Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berto hay 25 metros, y entre Berto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20º. Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.

- Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20 metros en su lado mayor, 6 metros en otro y 60º en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.

Soluciones

1)

a)



Cuando tengamos que resolver un triángulo no rectángulo del cual conozcamos una pareja ángulo-lado opuesto y un dato de algún otro lado o ángulo, aplicaremos el teorema del seno. Recuerda que es el que establece la siguiente relación:

$$a/\text{sen}A = b/\text{sen}B = c/\text{sen}C$$

Siendo **a** y **A**, **b** y **B**, **c** y **C** las parejas de ángulo y lado opuesto. Utilizamos en este caso los 22º y el lado de 8 como referencia y calculamos el lado opuesto a los 79º:

$$8/\text{sen}22 = b/\text{sen}79$$

$$8/0{,}37 = b/0{,}98$$

$$b = 21{,}62 \cdot 0{,}98$$

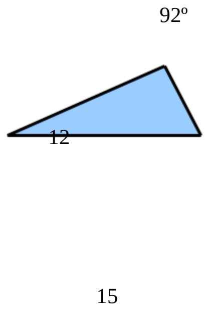
$$b = 21{,}22$$

Para hallar el resto podría parecer que nos falta el dato del tercer ángulo. Pero recuerda que los tres ángulos de un triángulo siempre suman 180º. Por lo tanto, ese tercer ángulo debe valer

$$C=180–22–79=79º$$

Así que es un triángulo isósceles. No hace falta hacer más cálculos: si tiene dos ángulos iguales, también tiene dos lados iguales, y el lado que nos falta también mide 21,22.

b)



Otro caso de teorema del seno, pues tenemos una pareja ángulo/lado opuesto completa, y algún otro dato suelto. Empezamos calculando el ángulo que está frente al lado que mide 12:

$$15/\text{sen}92 = 12/\text{sen}B$$

$$15/0{,}99 = 12/\text{sen}B$$

$$\text{sen}B = 12/15{,}15$$

$$B = 52{,}37º$$

El tercer ángulo mide 37,63º (180 menos la suma de los otros dos). Con este dato calculamos el tercer lado:

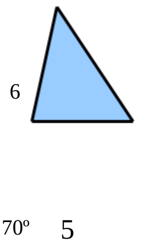
$$15/\text{sen}92 = c/\text{sen}37{,}63$$

$$15{,}15 = c/0{,}61$$

$$c = 9{,}25$$

(También podríamos haber usado la otra pareja b/senB; comprueba que da lo mismo).

c)



Ahora no nos vale el teorema del seno, porque no tenemos una pareja de ángulo/lado opuesto. Para estos casos, en los que conocemos dos lados y el ángulo del vértice que forman, usamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos A$$

Siendo **a** el lado que nos falta. Si te fijas, la fórmula se parece un montón al teorema de Pitágoras, sólo que con un añadido; esta "actualización" es la que nos permite usarla en triángulos no rectángulos. La fórmula del teorema del coseno también debería recordarte a otra cosa. Intenta pensar cuál antes de mirar la nota al pie de página[1].

$$a^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos 70$$

$$a^2 = 61 - 60\cdot 0{,}34$$

$$a^2 = 40{,}48$$

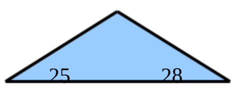
$$a = 6{,}36$$

Conociendo el lado opuesto, ya podemos usar el teorema del seno para hallar alguno de los ángulos que aún no tenemos:

Y por lo tanto, C vale

d)

110º

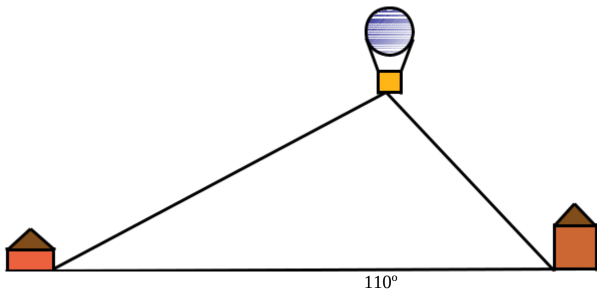


Y luego el teorema del seno:

[1] "El primero al cuadrado más el segundo al cuadrado menos dos veces el primero por el segundo" ¿O no se parece al cuadrado de una resta?

 Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de 50º, y otro B, situado al otro lado y en línea recta, con un ángulo de 60º. Sabiendo que el globo se encuentra a una distancia de 6 kilómetros del pueblo A y a 4 del pueblo B, calcula la distancia entre los pueblos A y B.

Hagamos primero un esquema de la situación. Sería así:



El ángulo debajo del globo es de 110º porque si trazáramos una perpendicular desde el globo al suelo, a la izquierda tendríamos 50º y a la derecha 60º (por cierto, también nos podrían preguntar la altura a la que está el globo; usaríamos entonces el teorema de la altura).

Aquí tendremos que usar el teorema del coseno, porque el ángulo que conocemos es el que forman los dos lados de los cuales tenemos su longitud.

$$d^2 = 6^2 + 4^2 - 2·6·4·\cos 110º$$

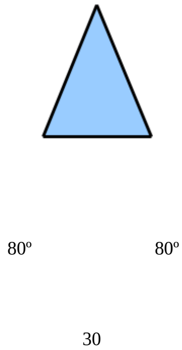
$$d^2 = 52 – 48·(-0,34)$$

$$d^2 = 52 + 16,32$$

$$d = 8,27\text{Km}$$

 Los flancos de un triángulo forman un ángulo de 80º con la base. Si el triángulo tiene 30 centímetros de base, calcula la longitud de sus lados.

La representación gráfica es esta:



En primer lugar, podemos deducir que el ángulo que falta mide 20º, porque la suma de todos los ángulos de un triángulo debe sumar 180º.

Sabiendo este dato, aplicamos el teorema del seno para hallar la longitud de un lado. El otro lado mide lo mismo, porque es un triángulo isósceles (fíjate que tiene dos ángulos iguales. Pero si no te fías, puedes calcularlo y verás que te da el mismo valor).

$$30/\text{sen}20^\circ = x/\text{sen}80^\circ$$

$$87{,}71 = x/\text{sen}80^\circ$$

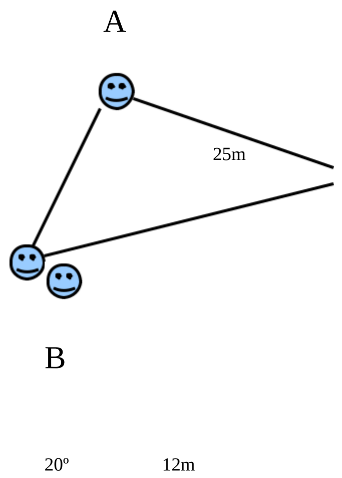
$$x = 87{,}71\cdot\text{sen}80^\circ$$

$$x = 86{,}38\text{cm}$$

 Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berto hay 25 metros, y entre Berto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20º. Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.

El esquema de la situación sería algo así:

C


A
25m
B
20º
12m

Como en el ejercicio anterior, tenemos al menos una pareja ángulo-lado opuesto. Para hallar la medida del lado que nos falta, nos basta recurrir al teorema del seno. El problema es que el ángulo opuesto al lado AC tampoco lo sabemos, algo que tiene fácil solución si primero aplicamos el teorema del seno para hallar el ángulo A y después deducir la medida de B.

$$25/\mathrm{sen}20^{\circ} = 12/\mathrm{sen}A$$

$$73{,}10 = 12/\mathrm{sen}A$$

$$\mathrm{sen}A = 12/73{,}10$$

$$\mathrm{sen}\ A = 0{,}16$$

$$A = 9{,}45^{\circ}$$

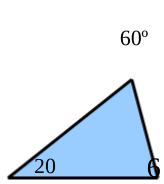
Como los tres ángulos deben sumar 180º, B debe valer 150,55º. Ahora ya tenemos todo lo necesario para volver a usar el teorema del seno y hallar la distancia AC:

$$25/\mathrm{sen}20^{\circ} = AC/\mathrm{sen}150{,}55^{\circ}$$

$$73{,}10 = AC/0{,}49$$

$$AC = 73{,}10 \cdot 0{,}49 = 35{,}94\mathrm{m}$$

5) *Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20 metros en su lado mayor, 6 metros en otro y 60º en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.*



Pedirnos el perímetro de la valla es lo mismo que pedirnos hallar el lado que falta y sumarlos todos.

$$d^2 = 6^2 + 20^2 - 2 \cdot 6 \cdot 20 \cdot \cos 60^{\circ}$$

$$d^2 = 436 - 240 \cdot 0.5$$

$$d = 17{,}78\text{m}$$

$$\text{Perímetro} = 20 + 6 + 17{,}78 = 43{,}78\text{m}$$

D. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÒN

1. Puesta en pràctica del Preparatorio Evaluativo.

E. BIBLIOGRAFÌA

Curso de Trigonometrìa

https://www.youtube.com/watch?v=1dl5CaEVTd4&list=PLyaHe04FbGh6he13TxSXJwURzzRBg5HDU